గణిత చంద్రిక

GANITHA CHANDRIKA

Volume:26 Issue:3&4 Year 2025

BENJAMIN FRANKLIN

D.O.B 17-01-1706 D.O.D 17-04-1790

ASSOCIATION FOR IMPROVEMENT OF MATHS EDUCATION
A.I.M.Ed. (Regd.,) VIJAYAWADA.

గణిత చంద్రిక

GANITHA CHANDRIKA

e-mail : ganithachandrika @ gmail.com

Volume : 26 **Issue 3 & 4** **Year : 2025**

(July - December - 2025)

విషయ సూచిక

సంపాదకీయం

పాఠక మహాశయులకు గణితాంజలి.

ఈ సంచిక ఆలస్యానికి క్షంతవ్యులము. కొన్ని రచనలు ఆలస్యంగా అందడం వలన జాప్యం జరిగింది. ఎప్పటిలాగానే వీటైనన్ని మంచి విషయలతో గణితచంద్రిక మీముందుకు వస్తున్నది. అందరూ బాగా పరిశీలించి మీ అమూల్య అభిప్రాయములను తెలుపగోరెదము. ఈ సంచిక కూడా ఆన్‌లైన్ పద్ధతిలోనే ప్రచురిస్తున్నాము. రెండు పేజీలకు సరిపడా గణితవ్యాసాలను రచయితల నుండి ఆహ్వానిస్తున్నాము. వ్యాసాలన్నీ ఉన్నత పాఠశాల స్థాయివి మాత్రమే అయి ఉండాలని గమనింప ప్రార్థన. విద్యార్థులందరూ ఉత్సాహంగా రచనలు పంపితే ఆనందిస్తాము.

అభినందనతో

Dr. B.B. రామశర్మ

ప్రధాన సంపాదకులు

MATHEMATICAL INFORMATIVE FACTS !

- a, b, c, d are not used in spellings from 1 to 99.
- d is first used in ‘Hundred’.
- a, b, c are not used anywhere in spellings from 1 to 999.
- a is first used in ‘Thousand’.
- b, c are not used anywhere from 1 to 99,99,999.
- c is first used in ‘Crore’.
- b is not used anywhere from 1 to 999,999,999.
- b is first used in ‘Billion’.

బెంజమిన్ ఫ్రాంక్లిన్ (ముఖచిత్ర పరిచయం)

బెంజమిన్ ఫ్రాంక్లిన్ (Benjamin Franklin) అమెరికా చరిత్రలో అత్యంత ప్రముఖమైన మహానుభావులలో ఒకరు. ఆయన శాస్త్రవేత్తగా, రచయితగా, తత్త్వవేత్తగా, ఆవిష్కర్తగా, ముద్రణకర్తగా మరియు రాజనీతిజ్ఞుడిగా విశేషమైన గుర్తింపు పొందారు. అమెరికా స్వాతంత్ర్య పోరాటంలో ఆయన చేసిన సేవల వల్ల ఆయనను "అమెరికా స్థాపక తండ్రుల్లో" ఒకరిగా గౌరవిస్తారు.

బెంజమిన్ ఫ్రాంక్లిన్ 1706 జనవరి 17న అమెరికాలోని బోస్టన్ నగరంలో జన్మించారు. ఆయన ఒక సాధారణ కుటుంబంలో పుట్టారు. ఆర్థిక ఇబ్బందుల కారణంగా ఎక్కువకాలం పాఠశాల విద్య పొందలేకపోయినా, పుస్తకాలు చదవడంలో ఆయనకు అపారమైన ఆసక్తి ఉండేది. స్వయంకృషితో అనేక రంగాల్లో జ్ఞానం సంపాదించి, తన వ్యక్తిత్వాన్ని తీర్చిదిద్దుకున్నారు. చిన్న వయసులోనే ముద్రణా వృత్తిని నేర్చుకొని, తరువాత ఫిలడెల్ఫియాలో స్వంత ముద్రణాలయాన్ని స్థాపించారు.

రచయితగా ఫ్రాంక్లిన్‌కు విశేషమైన పేరు ఉంది. ఆయన ప్రచురించిన "పూర్ రిచర్డ్ ఆల్మనాక్" అనే గ్రంథం ఎంతో ప్రజాదరణ పొందింది. ఇందులో నైతిక విలువలు, కష్టపడి పనిచేయడం, సమయపాలన, మితవ్యయం వంటి అంశాలపై సూక్తులు ఉన్నాయి. ఈ సూక్తులు ప్రజలను సత్యమార్గంలో నడిపించేందుకు ఎంతో ఉపయోగపడ్డాయి. ఆయన రచనలు సాధారణ ప్రజలకు సులభంగా అర్థమయ్యే విధంగా ఉండేవి.

శాస్త్ర రంగంలో బెంజమిన్ ఫ్రాంక్లిన్ చేసిన కృషి అత్యంత ప్రాముఖ్యత కలిగినది. ముఖ్యంగా విద్యుత్‌పై ఆయన చేసిన పరిశోధనలు ప్రపంచవ్యాప్తంగా ప్రసిద్ధి చెందాయి. మెరుపు విద్యుత్తుతో సంబంధం కలిగి ఉందని ఆయన ప్రయోగాల ద్వారా నిరూపించారు. దీని ఆధారంగా మెరుపుదండం (Lightning Rod) అనే ఆవిష్కరణను రూపొందించారు. ఇది భవనాలను మెరుపుల నుంచి రక్షించడంలో ఎంతో సహాయపడింది. అదేవిధంగా బైఫోకల్ కళ్లద్దాలు, ఫ్రాంక్లిన్ స్టౌవ్ వంటి ఉపయోగకరమైన ఆవిష్కరణలు కూడా ఆయన చేశారు.

రాజకీయ రంగంలో కూడా ఫ్రాంక్లిన్ కీలక పాత్ర పోషించారు. అమెరికా స్వాతంత్ర్య పోరాట సమయంలో ఆయన ఫ్రాన్స్‌కు దౌత్యవేత్తగా వెళ్లి, అమెరికాకు అంతర్జాతీయ మద్దతు సంపాదించారు. అమెరికా స్వాతంత్ర్య ప్రకటన (Declaration of Independence) తయారీలో ఆయన పాల్గొన్నారు. అంతేకాకుండా, అమెరికా రాజ్యాంగం రూపకల్పనలో కూడా ఆయన విలువైన సూచనలు అందించారు.

బెంజమిన్ ఫ్రాంక్లిన్ తన జీవితాన్ని ప్రజాసేవ, జ్ఞానార్జన మరియు మానవాభివృద్ధికి అంకితం చేశారు. ఆయన 1790 ఏప్రిల్ 17న ఫిలడెల్ఫియా నగరంలో మరణించారు. అయితే ఆయన ఆలోచనలు, రచనలు మరియు ఆవిష్కరణలు నేటికీ ప్రపంచానికి ప్రేరణగా నిలుస్తున్నాయి. సాధారణ కుటుంబంలో పుట్టి అసాధారణ వ్యక్తిగా ఎదిగిన బెంజమిన్ ఫ్రాంక్లిన్ ప్రతి విద్యార్థికి, యువతకు ఆదర్శప్రాయుడు.

సంఖ్యా సిద్ధాంతానికి శ్రీనివాస రామానుజన్ చేసిన అపూర్వ సేవలు

– by M. Srinivasan, Hyderabad

భారత గణిత చరిత్రలోనే కాక ప్రపంచ గణిత చరిత్రలోనూ అద్భుతమైన మేధావిగా నిలిచిన వ్యక్తి శ్రీనివాస రామానుజన్ (Srinivasa Ramanujan). ఆయన ప్రధానంగా చేసిన కృషి సంఖ్యా సిద్ధాంతం (Number Theory) అనే గణిత శాఖలో అపారమైనది. సరైన శిక్షణ, ఆధునిక గణిత పరికరాలు లేకపోయినా, తన సహజ ప్రతిభతో రామానుజన్ ఎన్నో లోతైన సిద్ధాంతాలు, సూత్రాలు ప్రతిపాదించాడు. ఈ కృషి నేటికీ గణిత శాస్త్రవేత్తలను ఆశ్చర్యానికి గురి చేస్తూనే ఉంది.

సంఖ్యా సిద్ధాంతం అంటే ఏమిటి?

సంఖ్యా సిద్ధాంతం అనేది ప్రధానంగా పూర్ణ సంఖ్యలు (integers), వాటి లక్షణాలు, వాటి మధ్య ఉన్న సంబంధాలను అధ్యయనం చేసే గణిత విభాగం. ప్రధాన సంఖ్యలు (prime numbers), విభజన సిద్ధాంతం, సంఖ్యల విభాగాలు, శ్రేఢులు మొదలైన అంశాలు ఇందులో వస్తాయి. ఈ విభాగం ఎంతో ప్రాచీనమైనదైనా, రామానుజన్ చేసిన కృషితో ఇది కొత్త దిశలను పొందింది.

రామానుజన్ – సహజ ప్రతిభ

రామానుజన్‌కు గణితంపై ఉన్న అవగాహన పుస్తకాల ద్వారా వచ్చినది కాదు; అది ఒక సహజ వరం. ఆయన తన నోటు పుస్తకాలలో వందలాది సూత్రాలు, సిద్ధాంతాలు రాశాడు. వాటిలో చాలావరకు నిరూపణలు లేకపోయినా, తరువాతి కాలంలో ప్రపంచ ప్రసిద్ధ గణిత శాస్త్రవేత్తలు వాటిని నిజమని నిరూపించారు. ఇది ఆయన ప్రతిభకు నిదర్శనం.

విభజన సిద్ధాంతం (Partition Theory)

సంఖ్యా సిద్ధాంతంలో రామానుజన్ చేసిన అత్యంత ముఖ్యమైన కృషి విభజన సిద్ధాంతం. ఒక సంఖ్యను వివిధ విధాలుగా పూర్ణ సంఖ్యల మొత్తం రూపంలో వ్రాయడం partition అంటారు. ఉదాహరణకు, 4 ను 4, 3+1, 2+2, 2+1+1, 1+1+1+1 అని విభజించవచ్చు.

ఈ విభాగంలో రామానుజన్, బ్రిటిష్ గణిత శాస్త్రవేత్త జి. హెచ్. హార్డీతో కలిసి చేసిన కృషి చరిత్రాత్మకం. వీరు కలిసి Hardy – Ramanujan formulaను అభివృద్ధి చేశారు. ఇది ఒక పెద్ద సంఖ్యకు ఎన్ని partitions ఉంటాయో అంచనా వేసే సూత్రం. ఇది గణితంలో ఒక విప్లవాత్మక పరిణామం.

రామానుజన్ కాంగ్రుయెన్సులు (Ramanujan Congruences)

Partition సంఖ్యలపై రామానుజన్ కొన్ని అద్భుతమైన కాంగ్రుయెన్సులను (congruences) కనుగొన్నారు. ఉదాహరణకు:

- $p(5n + 4) \equiv 0 \pmod{5}$
- $p(7n + 5) \equiv 0 \pmod{7}$
- $p(11n + 6) \equiv 0 \pmod{11}$

ఇవి సంఖ్యా సిద్ధాంతంలో అత్యంత ముఖ్యమైన ఫలితాలుగా గుర్తించబడ్డాయి. ఈ కాంగ్రుయెన్సులు ఆధునిక మాడ్యులర్ ఫార్మ్స (modular forms) పరిశోధనకు బలమైన పునాది అయ్యాయి.

మాక్ థీటా ఫంక్షన్లు (Mock Theta Functions)

రామానుజన్ జీవితాంతంలో ప్రతిపాదించిన మరో అద్భుతమైన కృషి Mock Theta Functions. వీటి స్వభావం చాలా సంవత్సరాలు గణిత

శాస్త్రవేత్తలకు అర్థం కాలేదు. ఇవి థీటా ఫంక్షన్లకు సమానంగా కనిపించినా, పూర్తిగా అదే రకమైనవి కావు.

ఇరవయ్యవ శతాబ్దం చివర్లో మరియు ఇరవై ఒకటవ శతాబ్దంలో ఈ ఫంక్షన్ల ప్రాముఖ్యత మరింత స్పష్టమైంది. ఇవి నేడు సంఖ్యా సిద్ధాంతం, క్వాంటం ఫిజిక్స్, స్ట్రింగ్ థియరీ వంటి ఆధునిక శాస్త్ర విభాగాల్లో ఉపయోగపడుతున్నాయి. ఇది రామానుజన్ ఆలోచనలు ఎంత ముందున్నాయో చూపిస్తుంది.

ప్రధాన సంఖ్యలపై (Prime Numbers) ఆలోచనలు

ప్రధాన సంఖ్యలు సంఖ్యా సిద్ధాంతంలో అత్యంత కీలకమైన అంశం. రామానుజన్ ప్రధాన సంఖ్యల పంపిణీపై కూడా పరిశోధనలు చేశాడు. ఆయన ప్రతిపాదించిన కొన్ని సూత్రాలు తరువాతి కాలంలో అనేక పరిశోధనలకు దారితీశాయి. ముఖ్యంగా, ప్రధాన సంఖ్యల సాంద్రత (density) మరియు వాటి ప్రవర్తనపై ఆయన చేసిన వ్యాఖ్యలు గణిత శాస్త్రవేత్తలకు మార్గదర్శకంగా నిలిచాయి.

రామానుజన్ నోటుబుక్కు

రామానుజన్ తన జీవితకాలంలో మూడు ముఖ్యమైన నోటు పుస్తకాలను రాశాడు. వీటిలో వేలాది గణిత సూత్రాలు ఉన్నాయి. ఈ నోటుబుక్లు సంఖ్యా సిద్ధాంతానికి ఒక అమూల్య ఖజానా లాంటివి. నేటికీ పరిశోధకులు వీటిని అధ్యయనం చేస్తూనే ఉన్నారు. కొన్ని సూత్రాలు ఇంకా పూర్తిగా అర్థం కాలేదంటే, అది రామానుజన్ మేధస్సు ఎంత లోతైనదో చెప్పే విషయం.

సంఖ్యా సిద్ధాంతంపై రామానుజన్ ప్రభావం

రామానుజన్ చేసిన కృషి సంఖ్యా సిద్ధాంతాన్ని కేవలం ఒక గణిత విభాగంగా కాకుండా, ఒక సృజనాత్మక శాస్త్రంగా మార్చింది. ఆయన ఆలోచనలు గణితాన్ని అందంగా, లోతుగా చూడటానికి సహాయపడ్డాయి. ఆధునిక గణితంలో మాడ్యులర్ ఫార్మ్స్, అనలిటిక్ నంబర్ థియరీ వంటి విభాగాలకు రామానుజన్ కృషి పునాదిగా నిలిచింది.

ముగింపు

శ్రీనివాస రామానుజన్ సంఖ్యా సిద్ధాంతానికి చేసిన సేవలు గణిత చరిత్రలో చిరస్థాయిగా నిలిచిపోతాయి. సరైన విద్యా వనరులు లేకపోయినా, తన అసాధారణ ప్రతిభతో ప్రపంచ గణితాన్ని ప్రభావితం చేసిన వ్యక్తి ఆయన. సంఖ్యలలో ఆయన చూసిన అందం, రహస్యాలు నేటికీ మనకు ప్రేరణనిస్తూనే ఉన్నాయి. రామానుజన్ పేరు వినిపించిన ప్రతిసారి, సంఖ్యా సిద్ధాంతం అనే గణిత విభాగం ఎంత గొప్పదో మనకు గుర్తుకు వస్తుంది.

SRINIVASA RAMANUJAN'S BIRTHDAY MAGIC SQUARE

22	12	18	87
88	17	9	25
10	24	89	16
19	86	23	11

Sum of numbers of any column = 139

Sum of Diagonal element = 139.

Sum of any (2 × 2) square = 139

గణిత అష్టావధానం ప్రక్రియ - ఒక మేధోకళా వైభవం

by R. Shanmukha Priya, Mumbai

భారతీయ సంప్రదాయంలో మేధస్సు, స్మరణశక్తి, తర్కబద్ధమైన ఆలోచనలను ప్రదర్శించే అనేక కళారూపాలు ఉన్నాయి. వాటిలో అత్యంత విశిష్టమైనది అవధానం. సాధారణంగా అవధానం అంటే సాహిత్య రంగానికే పరిమితమని చాలామంది భావిస్తారు. కానీ కాలక్రమేణా అవధానం గణితం వంటి శాస్త్రీయ రంగాల్లోకూ విస్తరించింది. అటువంటి అద్భుతమైన మేధోకళే గణిత అష్టావధానం.

అవధానం అంటే ఏమిటి?

'అవధానం' అనే పదం సంస్కృత మూలమైనది. దీనికి అర్థం --- ఒకే సమయంలో అనేక విషయాలపై పూర్తి ఏకాగ్రతతో దృష్టి పెట్టడం. అవధానంలో ఒక అవధాని, అనేక ప్రశ్నకర్తల (పృచ్ఛకుల) ప్రశ్నలకు వరుసగా, అంతరాయం లేకుండా సమాధానాలు ఇస్తాడు.

సాధారణ అవధానంలో సాహిత్య సమస్యలు ఉంటే, గణిత అవధానంలో పూర్తిగా గణిత సమస్యలే ఉంటాయి. ఎనిమిది మంది ప్రశ్నకర్తలు ప్రశ్నలు వేస్తే దానిని గణిత అష్టావధానం అంటారు.

గణిత అష్టావధానం యొక్క ప్రాముఖ్యత

గణిత అష్టావధానం కేవలం గణిత జ్ఞానాన్ని పరీక్షించడమే కాదు. ఇది

- అసాధారణమైన స్మరణశక్తి,
- వేగవంతమైన గణన సామర్థ్యం,
- లోతైన తార్కిక ఆలోచన,
- అపారమైన ఏకాగ్రత,

• మానసిక ఒత్తిడిని ఎదుర్కొనే ధైర్యం వంటివన్నీ ఒకేసారి పరీక్షిస్తుంది. ఈ ప్రక్రియ ద్వారా గణితం కేవలం సంఖ్యాశాస్త్రం మాత్రమే కాదని, అది ఒక కళ అని నిరూపితమవుతుంది.

గణిత అష్టావధానం ప్రక్రియ

గణిత అష్టావధానం ఒక క్రమబద్ధమైన ప్రక్రియతో జరుగుతుంది. దీన్ని ముఖ్యంగా క్రింద పేర్కొన్న దశలుగా విభజించవచ్చు.

1. అవధాని మరియు పృచ్ఛకుల ఎంపిక

ఈ కార్యక్రమంలో ఒక ప్రధాన వ్యక్తి – గణిత అవధాని ఉంటాడు. అతనికి ఎదురుగా ఎనిమిది మంది పృచ్ఛకులు ఉంటారు. ప్రతి పృచ్ఛకుడు ఒక ప్రత్యేకమైన గణిత సమస్యను ఇస్తాడు.

2. సమస్యల స్వభావం

పృచ్ఛకులు అడిగే ప్రశ్నలు వివిధ గణిత విభాగాలకు చెందినవిగా ఉంటాయి. ఉదాహరణకు:

- అంకగణితం (త్వరిత గణనలు)
- బీజగణితం
- సంఖ్యా సిద్ధాంతం
- సమాసాలు, శ్రేణులు
- జ్యామితి
- సంభావ్యత
- పజిల్స్ మరియు తర్క సమస్యలు

ఈ సమస్యలన్నీ మానసికంగా (కాగితం, కలం లేకుండా) పరిష్కరించాల్సి ఉంటుంది.

3. ప్రశ్నల వినియోగ విధానం

ఎనిమిది మంది పృచ్ఛకులు వరుసగా కాకుండా, మధ్య మధ్యలో ప్రశ్నలు వేస్తారు. అవధాని అన్ని ప్రశ్నలను మనసులో నిలుపుకొని, చివరికి క్రమంగా సమాధానాలు చెప్పాలి. ఇది అత్యంత కష్టమైన భాగం.

4. అవధాని యొక్క పాత్ర

అవధాని:

- ప్రతి ప్రశ్నను జాగ్రత్తగా వింటాడు
- మనసులో సమస్యను నమోదు చేసుకుంటాడు
- ఇతర ప్రశ్నలతో కలిపి గందరగోళం కాకుండా ఉంచుకుంటాడు
- చివరికి ఒక్కొక్క ప్రశ్నకు ఖచ్చితమైన సమాధానం ఇస్తాడు

ఈ మొత్తం ప్రక్రియలో అవధాని ప్రశాంతంగా, ఆత్మవిశ్వాసంతో ఉండాలి.

గణిత అష్టావధానంలో కనిపించే మేధో లక్షణాలు

గణిత అష్టావధానం ద్వారా అవధాని యొక్క అసాధారణ లక్షణాలు బయటపడతాయి:

- బహుళ కార్య నిర్వహణ (Multitasking)
- దీర్ఘకాలిక జ్ఞాపకశక్తి
- తక్షణ నిర్ణయ సామర్థ్యం
- తర్కబద్ధమైన విశ్లేషణ
- సమయ నిర్వహణ

ఇవి విద్యార్థులలో పెంపొందించాల్సిన అత్యంత ముఖ్యమైన నైపుణ్యాలు.

విద్యా రంగంలో గణిత అష్టావధానం ఉపయోగం

ఈ ప్రక్రియ విద్యా రంగానికి ఎంతో ఉపయుక్తం. ముఖ్యంగా:

- గణితం పట్ల భయాన్ని తొలగిస్తుంది
- విద్యార్థుల్లో ఆసక్తిని పెంచుతుంది
- మానసిక గణన నైపుణ్యాలను అభివృద్ధి చేస్తుంది
- పోటీ పరీక్షలకు (ఐఐటి, ఒలింపియాడ్స్) సిద్ధమయ్యే వారికి ప్రేరణనిస్తుంది

ప్రత్యేకంగా భారతదేశంలో గణిత విద్యను మరింత ఆకర్షణీయంగా మార్చడంలో గణిత అష్టావధానం కీలక పాత్ర పోషిస్తుంది.

భారతీయ సంప్రదాయం మరియు ఆధునికత

గణిత అష్టావధానం భారతీయ మేధో సంప్రదాయానికి ప్రతీక. ఒకవైపు ఇది శాస్త్రీయంగా ఉన్నప్పటికీ, మరోవైపు కళాత్మకంగా ఉంటుంది. ఆధునిక సాంకేతిక యుగంలో కూడా ఈ ప్రక్రియ తన ప్రత్యేకతను నిలుపుకుంటోంది.

నేటి కాలంలో గణిత అష్టావధానాలు:

- విద్యా సదస్సుల్లో
- కళాశాలల కార్యక్రమాల్లో
- గణిత దినోత్సవాల్లో నిర్వహించబడుతున్నాయి.

ముగింపు

సారాంశంగా చెప్పాలంటే, గణిత అష్టావధానం కేవలం ఒక ప్రదర్శన కాదు – అది ఒక మేధో యజ్ఞం. ఇది మన భారతీయ గణిత సంప్రదాయానికి గర్వకారణం. విద్యార్థుల్లో గణితంపై ప్రేమను పెంచడానికి, మేధోశక్తిని అభివృద్ధి చేయడానికి గణిత అష్టావధానం ఒక అద్భుతమైన సాధనం.

భవిష్యత్తులో ఈ ప్రక్రియ మరింత విస్తరించి, యువతలో గణిత ప్రతిభను వెలికి తీసే మార్గంగా నిలుస్తుందని ఆశిద్దాం.

ఒక మంచి గణిత పుస్తకం

B. Raghava, XI Class Khammam

"Mathematical Hand Book" అనే పేరు గల ఈ గణితపుస్తకం X, XI, XII తరగతులకు మరియు అన్ని పోటీపరీక్షలకు బాగా ఉపయోగపడుతుంది.

Publishers	– Arihant Publication
First Edition	– 2023
No. of Pages	– 454
Price	– Rs. 175/-

Amazon ద్వారా బుక్ చేసి తెప్పించుకోవచ్చును.

గణిత విద్యార్థులు మరియు ఉపాధ్యాయులు తప్పక కలిగియుండవలసిన పుస్తకం.

అన్ని Formuals and Concpets దృష్ట్యా మంచి Collection కలిగియున్నది. ఇంజనీరింగ్, ఎంట్రెన్స్ విద్యార్థులు తప్పక ఉపయోగించదగిన పుస్తకం అనిపిస్తుంది.

ప్రతి స్టూడెంట్ లైబ్రరీలో ఉండవలసిన పుస్తకం. Internet Archieve లో కూడా ఉచితంగా డౌన్‌లోడ్ చేసుకోవచ్చు. ప్రయత్నించండి.

మెర్సెన్ ప్రధాన సంఖ్యలు

- D.Thanvi, XII Class, Khammam

ప్రధాన సంఖ్యలు (Prime Numbers) సంఖ్యా సిద్ధాంతంలో మూలాధారాలుగా పరిగణించబడతాయి. అయితే వాటిలో ఒక ప్రత్యేకమైన మరియు ఆసక్తికరమైన వర్గం ఉంది. వాటినే మెర్సెన్ ప్రధాన సంఖ్యలు (Mersenne Prime Numbers) అంటారు.

వీటి సాధారణ రూపం :

$M_n = 2^n - 1$

ఇక్కడ n ఒక ధన పూర్ణసంఖ్య. ఈ సంఖ్యలను 17వ శతాబ్దానికి చెందిన ఫ్రెంచ్ గణితవేత్త మారిన్ మెర్సెన్ (Marin Mersenne) అధ్యయనం చేశాడు. $2^n - 1$ రూపంలో ఉన్న ప్రతీ సంఖ్య ప్రధాన సంఖ్య కాదు. అయితే అలాంటి సంఖ్య ప్రధానమైతే దానిని మెర్సెన్ ప్రధాన సంఖ్య అంటారు.

ప్రాథమిక లక్షణాలు :

$M_n = 2^n - 1$ ప్రధాన సంఖ్య కావాలంటే, n తప్పనిసరిగా ప్రధాన సంఖ్య కావాలి.

ఉదాహరణకు :

$n = 2 \Rightarrow M_2 = 3$ (ప్రధాన సంఖ్య)

$n = 3 \Rightarrow M_3 = 7$ (ప్రధాన సంఖ్య)

$n = 5 \Rightarrow M_5 = 31$ (ప్రధాన సంఖ్య)

$n = 11 \Rightarrow M_{11} = 2047 = 23 \times 89$ (ప్రధానం కాదు)

చారిత్రిక ప్రాధాన్యం :

1644లో మారిన్ మెర్సెన్ n = 2, 3, 5, 7, 13, 17, 19, 31 విలువలకి $2^n - 1$ ప్రధాన సంఖ్య అవుతుందని ఊహించాడు. అయితే అతని జాబితాలో కొన్ని పొరపాట్లు ఉన్నాయి. అయినప్పటికీ, అతని ప్రయత్నం మెర్సెన్ సంఖ్యలపై శాస్త్రీయ అధ్యయనానికి ప్రేరణనిచ్చింది.

కాలక్రమేణా, గణితవేత్తలు వీటిని పరిశీలించారు. కంప్యూటర్ల ఆవిర్భావంతో, ముఖ్యంగా 20వ శతాబ్దంలో, పెద్ద మెర్సెన్ ప్రధాన సంఖ్యల శోధన వేగంగా అభివృద్ధి చెందింది.

పర్ఫెక్ట్ సంఖ్యలతో సంబంధం :

మెర్సెన్ ప్రధాన సంఖ్యలు పర్ఫెక్ట్ సంఖ్యలు (Perfect Numbers)తో సన్నిహిత సంబంధం కలిగి ఉంటాయి. ఒక సంఖ్య తన సరైన భాజకుల మొత్తం సమానమైతే దానిని పర్ఫెక్ట్ సంఖ్య అంటారు.

యూక్లిడ్ నిరూపించిన ప్రకారం, $M_p = 2^p - 1$ ప్రధాన సంఖ్య అయితే,

$$N = 2^{(p-1)}(2^p - 1)$$

అనే సంఖ్య ఒక పర్ఫెక్ట్ సంఖ్య అవుతుంది. తరువాత యూలర్ అన్ని సమ పర్ఫెక్ట్ సంఖ్యలు ఇదే రూపంలో ఉంటాయని నిరూపించాడు.

ఆధునిక గణన మరియు GIMPS :

ఈ రోజుల్లో తెలిసిన అతి పెద్ద ప్రధాన సంఖ్యలు సాధారణంగా మెర్సెన్ ప్రధాన సంఖ్యలే. ఇవి GIMPS (Great Internet Mersenne Prime Search) వంటి పంపిణీ గణన ప్రాజెక్టుల ద్వారా కనుగొన-బడుతున్నాయి.

ఈ ప్రాజెక్టులు లూకాస్-లెహ్మర్ పరీక్ష (Lucas-Lehmer Test) అనే ప్రత్యేక అల్గోరిథంను ఉపయోగిస్తాయి.

2020 ప్రారంభం నాటికి కేవలం 51 మెర్సిన్ ప్రధాన సంఖ్యలే కనుగొనబడ్డాయి.

మెర్సెన్ ప్రధాన సంఖ్యల ప్రాముఖ్యత :

మెర్సెన్ ప్రధాన సంఖ్యలు కేవలం సిద్ధాంతపరమైన ఆసక్తికే కాదు – కంప్యూటింగ్ పరిమితులు, అల్గోరిథంల సామర్థ్యం, క్రిప్టోగ్రఫీ మరియు సంఖ్యా సిద్ధాంత అభివృద్ధికి కూడా చాలా ముఖ్యమైనవి.

సారాంశం :

సంక్షిప్తంగా చెప్పాలంటే, మెర్సెన్ ప్రధాన సంఖ్యలు $2^n - 1$ రూపంలో ఉండే అరుదైన, అందమైన సంఖ్యలు. ఇవి పర్ఫెక్ట్ సంఖ్యలతో, ఆధునిక గణనతో మరియు శతాబ్దాల గణిత చరిత్రలో గాఢంగా అనుసంధానమై ఉన్నాయి.

ఆల్బర్ట్ ఐన్‌స్టీన్ జీవితంలోని ఆసక్తికర సంఘటనలు

P. Jeevan, XII Class, Khammam

ఆల్బర్ట్ ఐన్‌స్టీన్ ప్రపంచంలో అత్యంత ప్రసిద్ధిగాంచిన శాస్త్రవేత్తలలో ఒకరు. ఆయన సాపేక్ష సిద్ధాంతం (Theory of Relativity) ఆధునిక భౌతికశాస్త్రానికి పునాదిగా నిలిచింది. అయితే ఆయన గొప్ప శాస్త్రవేత్త మాత్రమే కాకుండా, ఒక ఆసక్తికరమైన సాదాసీదా, మానవీయ స్వభావం గల వ్యక్తి కూడా.

ఐన్‌స్టీన్ చిన్నతనంలో మాట్లాడటం ఆలస్యంగా ప్రారంభించాడు. అందువల్ల కొందరు ఆయన మానసికంగా వెనుకబడి ఉన్నాడేమో అని అనుకున్నారు. పాఠశాల రోజుల్లో ఆయన ఉపాధ్యాయులు కూడా ఆయనపై పెద్దగా ఆశలు పెట్టుకోలేదు. కానీ ఆయనకు చిన్నప్పటి నుంచే ప్రశ్నలు అడగడం. విషయాలను లోతుగా ఆలోచించడం అలవాటుగా ఉండేది. ఈ అలవాటే తరువాత ఆయనను ప్రపంచ ప్రసిద్ధ శాస్త్రవేత్తగా మార్చింది.

పాఠశాలలో కఠినమైన నియమాలు, యాంత్రికంగా చదవడం ఐన్‌స్టీన్‌కు నచ్చేవి కావు. ఒక ఉపాధ్యాయుడు ఆయనకు “నువ్వు జీవితంలో ఏమీ సాధించలేవు” అని అన్నాడని ఒక కథ ప్రసిద్ధి చెందింది. కానీ ఐన్‌స్టీన్ తన ఆలోచనా స్వేచ్ఛను ఎప్పుడూ వదలలేదు. అతనికి మార్కుల కంటే అవగాహన ముఖ్యమని నమ్మేవాడు.

విశ్వవిద్యాలయంలో చదువు పూర్తయ్యాక ఐన్‌స్టీన్‌కు వెంటనే మంచి ఉద్యోగం దొరకలేదు. చివరకు ఆయన స్విట్జర్లాండ్‌లోని బెర్న్ నగరంలో పేటెంట్ కార్యాలయంలో ఒక సాధారణ క్లర్క్‌గా ఉద్యోగం పొందాడు. ఈ ఉద్యోగం చాలా సాధారణమైనదైనా, ఐన్‌స్టీన్‌కు ఆలోచించడానికి సమయం

ఇచ్చింది. అక్కడ పనిచేస్తూనే ఆయన 1905లో నాలుగు గొప్ప పరిశోధనా పత్రాలు రాశాడు. ఈ సంవత్సరాన్ని "Annus Mirabilis" (అద్భుత సంవత్సరం) అని అంటారు.

ఈ నాలుగు పత్రాలలో ఫోటోఎలక్ట్రిక్ ప్రభావం, బ్రౌనియన్ చలనం, ప్రత్యేక సాపేక్ష సిద్ధాంతం వంటి అంశాలు ఉన్నాయి. ఇవి భౌతికశాస్త్ర దిశనే మార్చేశాయి. ఆసక్తికరమైన విషయం ఏమిటంటే – ఈ పత్రాలు రాసినప్పుడు ఆయన ఇంకా విశ్వవిద్యాలయ ప్రొఫెసర్ కూడా కాదు.

ఐన్‌స్టీన్ జీవనశైలి చాలా సాదాసీదాగా ఉండేది. దుస్తులు, కేశాలంకరణ వంటి వాటిపై ఆయన పెద్దగా శ్రద్ధ పెట్టేవాడు కాదు. ఒకసారి రైల్లో ప్రయాణిస్తున్నప్పుడు టికెట్ కలెక్టర్ ఆయన దగ్గర టికెట్ అడిగాడు. ఐన్‌స్టీన్ తన జేబులో వెతికాడు కానీ టికెట్ దొరకలేదు. కలెక్టర్ ఆయనను గుర్తించి "మీరు ఐన్‌స్టీన్ గారే కదా" అన్నాడు. దానికి ఐన్‌స్టీన్ నవ్వుతూ "టికెట్ లేకపోతే నేను ఎక్కడ దిగాలో ఎలా తెలుసుకుంటాను ?" అని సరదాగా అన్నాడు.

నోబెల్ బహుమతి పొందిన తరువాత కూడా ఐన్‌స్టీన్ తన సాధారణ జీవనశైలిని మార్చుకోలేదు. ఆయనకు డబ్బు, ఖ్యాతి కంటే జ్ఞానం, శాంతి, మానవత్వమే ముఖ్యమైనవి. యుద్ధానికి వ్యతిరేకంగా ఆయన గట్టిగా మాట్లాడేవాడు మరియు ప్రపంచశాంతికి మద్ధతుగా నిలిచేవాడు.

ఐన్‌స్టీన్ జీవితం మనకు ఒక గొప్ప పాఠం నేర్పుతుంది. పాఠశాల మార్కులు, పరీక్షల ఫలితాలే ప్రతిభకు ప్రమాణం కావు. ప్రశ్నలు అడగడం. స్వతంత్రంగా ఆలోచించడం మరియు తన ఆసక్తిని అనుసరించడం ద్వారా ఎవరైనా గొప్ప స్థాయికి చేరుకోవచ్చు.

చతురస్ర సమీకరణాల చరిత్ర

-Y. Nehanth, XII Class, Vijayawada

చతురస్ర సమీకరణాలు (Quadratic Equations) గణితశాస్త్రంలో అత్యంత ప్రాథమికమైనవి మరియు ముఖ్యమైనవి. ఇవి సాధారణంగా

$$ax^2 + bx + c = 0 \ (a \neq 0)$$

రూపంలో ఉంటాయి. అయితే ఈ సరళమైన సంకేత రూపానికి వెనుక వేల సంవత్సరాల మానవ మేధస్సు ప్రయాణం దాగి ఉంది.

బాబిలోనియన్ గణితం (క్రీ.పూ. 2000) :

చతురస్ర సమీకరణాల చరిత్ర బాబిలోనియన్ నాగరికత వరకు వెళ్తుంది. క్రీ.పూ. 2000 సంవత్సరాల నాటి మట్టి పలకల్లో "ఒక చతురస్రం యొక్క విస్తీర్ణం మరియు దాని ఒక భుజము ఇవ్వబడినప్పుడు మరొక భుజము కనుగొనడం" వంటి సమస్యలు కనిపిస్తాయి. ఇవే నేటి చతురస్ర సమీకరణాల ప్రాథమిక రూపాలు.

బాబిలోనియన్ గణితవేత్తలు సంకేతాలు ఉపయోగించకుండా, మాటల రూపంలో పరిష్కారాలు ఇచ్చేవారు. వారు స్క్వేర్ కంప్లీషన్ (completing the square) అనే పద్ధతిని ఉపయోగించారు. ఇది ఇప్పటికీ పాఠశాల గణితంలో ముఖ్యమైన విధానం కావడం ఒక విశేషమైన విషయం.

భారతీయ గణితవేత్తల గొప్ప వంతు :

భారతదేశంలో చతురస్ర సమీకరణాల అభివృద్ధి మరింత పద్ధతిగా జరిగింది. క్రీస్తుశకం 7వ శతాబ్దానికి చెందిన బ్రహ్మగుప్తుడు ప్రతికూల సంఖ్యలను మరియు శూన్యాన్ని అంగీకరించి చతురస్ర సమీకరణాల పరిష్కాలను ఇచ్చాడు.

తరువాత భాస్కరాచార్యుడు తన ప్రసిద్ధ గ్రంథమైన బీజగణితంలో చతురస్ర సమీకరణాలకు సాధారణ పరిష్కారాన్ని వివరించాడు.

భారతీయ గణితంలో ప్రతికూల మూలాలను సహజంగానే అంగీకరించగా, పాశ్చాత్య గణితంలో వాటిని అంగీకరించడానికి చాలాకాలం పట్టింది.

యూరోపియన్ గణితంలో సంకేతాల ఆవిర్భావం :

16వ శతాబ్దంలో వియేట్ అక్షరాలను (a, b, c) స్థిరాంకాలుగా మరియు తెలియని విలువలుగా ఉపయోగించడం ప్రారంభించాడు. తరువాత డెస్కార్టెస్ "x" అనే సంకేతాన్ని తెలియని విలువగా ప్రవేశపెట్టాడు.

డిస్క్రిమినెంట్ భావన :

18వ శతాబ్దంలో డిస్క్రిమినెంట్ అనే భావన అభివృద్ధి చెందింది.

$$D = b^2 - 4ac$$

ఈ విలువ ఆధారంగా సమీకరణానికి ఉన్న మూలాల స్వభావాన్ని నిర్ణయించవచ్చు.

ఆధునిక విజ్ఞానశాస్త్రంలో పాత్ర :

ప్రక్షేపణ చలనం, ఆప్టిక్స్‌లో లెన్స్ సమీకరణాలు, ఆర్థిక గణితంలో లాభ–నష్టం విశ్లేషణ– ఇవన్నీ చతురస్ర సంబంధాలపైనే ఆధారపడి ఉంటాయి.

ముగింపు :

చతురస్ర సమీకరణాల చరిత్ర కేవలం గణిత సూత్రాల చరిత్ర కాదు. అది మానవ నాగరికత ఆలోచనా వికాసానికి ప్రతిబింబం.

లీలావతి గణితం - భారతీయ గణిత వైభవానికి అద్దం

by M. Yaswanth, Hyderabad

భారతదేశం ప్రాచీన కాలం నుంచే గణిత శాస్త్రంలో విశిష్ట స్థానాన్ని సంపాదించింది. ప్రపంచ గణితానికి పునాది వేసిన అనేక ఆలోచనలు భారతీయ గణితవేత్తల కృషి ఫలితమే. అటువంటి అమూల్య గ్రంథాలలో అత్యంత ప్రసిద్ధమైనది "లీలావతి". ఈ గ్రంథం భారతీయ గణిత సంప్రదాయానికి ప్రతీకగా నిలుస్తుంది. గణితాన్ని కఠినమైన శాస్త్రంగా కాకుండా, ఆనందదాయకమైన కళగా మలిచిన గొప్ప రచన లీలావతి.

లీలావతి గ్రంథ పరిచయం

లీలావతి అనే గ్రంథాన్ని 12వ శతాబ్దానికి చెందిన గణితవేత్త భాస్కరాచార్యుడు (భాస్కర II) రచించాడు. ఆయన రచించిన మహత్తర గ్రంథం సిద్ధాంత శిరోమణి, దీనిలో నాలుగు భాగాలు ఉన్నాయి:

1. లీలావతి 2. బీజగణితం 3. గ్రహగణితం 4. గోళాధ్యాయం

వీటిలో లీలావతి భాగం పూర్తిగా అంకగణితంపై ఆధారపడింది.

లీలావతి పేరు వెనుక కథ

ప్రచారంలో ఉన్న కథ ప్రకారం, లీలావతి భాస్కరాచార్యుడి కుమార్తె. ఆమెకు గణితాన్ని సులభంగా, ఆసక్తిగా నేర్పాలనే ఉద్దేశంతో ఈ గ్రంథాన్ని రచించాడని చెబుతారు. ఇది చారిత్రకంగా పూర్తిగా నిర్ధారణ కాకపోయినా, ఈ కథ లీలావతి గ్రంథానికి మానవీయతను, మాధుర్యాన్ని అందిస్తుంది.

లీలావతి గణితం యొక్క ప్రత్యేకత

లీలావతి గ్రంథాన్ని ప్రత్యేకంగా నిలిపే లక్షణాలు:

- పద్య రూపంలో ప్రశ్నలు
- జీవనానికి దగ్గరైన ఉదాహరణలు
- సరళమైన గణన పద్ధతులు
- విద్యార్థులకు ఆసక్తి కలిగించే శైలి

భాస్కరాచార్యుడు గణితాన్ని కథలా చెప్పాడు. అందువల్ల లీలావతి గణితం చదవడం ఒక ఆనందానుభూతిగా మారుతుంది.

లీలావతిలోని గణిత అంశాలు

లీలావతి గ్రంథంలో ముఖ్యంగా కింది అంశాలు ఉన్నాయి:

- సంఖ్యా వ్యవస్థ మరియు స్థాన విలువ
- జోడింపు, తీసివేత, గుణకారం, భాగకారం
- భిన్నాలు
- లాభ–నష్టం
- వడ్డీ
- కాలం–పని
- కాలం––దూరం
- విస్తీర్ణాలు మరియు ఘనఫలాలు

ఈ అంశాలన్నీ రోజువారీ జీవితానికి అనుసంధానమై ఉంటాయి.

లీలావతి శైలిలో సమస్యలు – ఉదాహరణలతో గణితం

లీలావతి గణితం యొక్క గొప్పతనం సమస్యల శైలిలో స్పష్టంగా కనిపిస్తుంది. క్రింద రెండు సమస్యలు లీలావతి సంప్రదాయాన్ని ప్రతిబింబిస్తాయి.

సమస్య 1: కాలం––పని

సమస్య:

ఓ సుందరి లీలావతి!

ఒక వ్యక్తి ఒక పనిని ఒంటరిగా చేస్తే 10 రోజుల్లో పూర్తిచేస్తాడు.

మరొక వ్యక్తి అదే పనిని ఒంటరిగా చేస్తే 15 రోజుల్లో పూర్తిచేస్తాడు.

ఇద్దరూ కలిసి పనిచేస్తే ఆ పని ఎన్ని రోజుల్లో పూర్తవుతుంది?

పరిష్కారం:

మొదటి వ్యక్తి ఒక రోజులో చేసే పని = $1/10$

రెండవ వ్యక్తి ఒక రోజులో చేసే పని = $1/15$

ఇద్దరూ కలిసి ఒక రోజులో చేసే పని =

$1/10 + 1/15 = 3/30 + 2/30 = 5/30 = 1/6$

మొత్తం పని పూర్తవడానికి పట్టే సమయం = 6 రోజులు

సమాధానం:

ఆ పని 6 రోజుల్లో పూర్తవుతుంది.

సమస్య 2: లాభ–నష్టం

సమస్య:

ఓ లీలావతి!

ఒక వ్యాపారి ఒక వస్తువును 20% లాభంతో అమ్మాడు.

ఆ వస్తువు అమ్మకపు ధర ₹600 అయితే,

ఆ వస్తువు కొనుగోలు ధర ఎంత?

పరిష్కారం:

లాభ శాతం = 20%

అంటే,

కొనుగోలు ధర = 100%

అమ్మకపు ధర = 120%

120% = ₹600

100% = (600 × 100) / 120 = ₹500

సమాధానం:

కొనుగోలు ధర = ₹500

లీలావతి ప్రభావం

లీలావతి గ్రంథం భారతదేశంలోనే కాకుండా విదేశాలలో కూడా విస్తృత ప్రభావం చూపింది. ఇది అరబిక్, పర్షియన్, లాటిన్ వంటి భాషలలోకి అనువదించబడింది. అనేక శతాబ్దాల పాటు ఇది గణిత పాఠ్యగ్రంథంగా ఉపయోగించబడింది.

ఆధునిక విద్యలో లీలావతి ప్రాముఖ్యత

నేటి కాలంలో కూడా:

- గణితం పట్ల విద్యార్థులకు భయం పోగొట్టటానికి
- మానసిక గణన నైపుణ్యాలు పెంచడానికి
- తార్కిక ఆలోచన అభివృద్ధికి

లీలావతి పద్ధతులు ఎంతో ఉపయోగకరంగా ఉంటాయి. IIT - JEE, ఒలింపియాడ్స్ వంటి పోటీ పరీక్షలకు ఇది బలమైన పునాది వేస్తుంది.

ముగింపు

లీలావతి గణితం భారతీయ గణిత చరిత్రలో ఒక అమూల్య రత్నం. గణితాన్ని కేవలం సంఖ్యల శాస్త్రంగా కాకుండా, ఆనందంగా నేర్చుకునే కళగా పరిచయం చేసిన గ్రంథం ఇది. భాస్కరాచార్యుడి మేధస్సు, భారతీయ సంప్రదాయ వైభవం లీలావతి రూపంలో నేటికీ మనకు మార్గదర్శకంగా నిలుస్తున్నాయి.

శుద్ధ జ్యామితి చరిత్ర - ఆకారాల నుంచి ఆలోచనల వరకు

by K. Prakeerthi, Nandigama

గణితశాస్త్రంలో అత్యంత పురాతనమైన, సుందరమైన శాఖలలో జ్యామితి ఒకటి. సంఖ్యలకంటే ముందే మనిషి ఆకారాలను, దూరాలను, ప్రాంతాలను గమనించాడు. ఈ గమనింపుల నుంచే పుట్టిన శాస్త్రమే జ్యామితి. అనువర్తనాలకంటే ముందుగా సిద్ధాంతాలపై ఆధారపడిన జ్యామితిని శుద్ధ జ్యామితి (Pure Geometry) అని అంటారు. ఇది తర్కం, నిర్వచనాలు, సిద్ధాంతాలపై నిలబడిన ఒక గొప్ప మేధో శాస్త్రం.

జ్యామితి యొక్క ఆది దశ

జ్యామితి చరిత్ర మానవ నాగరికత ఆరంభంతోనే ప్రారంభమైంది. భూమి కొలతలు, పొలాల విభజన, గృహ నిర్మాణం వంటి అవసరాల వల్ల ప్రాథమిక జ్యామితి భావనలు ఏర్పడ్డాయి. ముఖ్యంగా ప్రాచీన ఈజిప్టు నాగరికతలో నైల్ నది వరదల తర్వాత భూమి సరిహద్దులు గుర్తించేందుకు జ్యామితి అవసరమైంది. ఈ కారణంగా "Geometry" అనే పదం గ్రీకు భాషలోని Geo (భూమి) మరియు metry (కొలత) నుండి ఉద్భవించింది. అయితే ఆ దశలో జ్యామితి పూర్తిగా ప్రయోగాత్మకంగా ఉండేది. క్రమబద్ధమైన నిరూపణలు, సిద్ధాంతాలు ఇంకా అభివృద్ధి చెందలేదు.

గ్రీకు యుగం – శుద్ధ జ్యామితి జననం

శుద్ధ జ్యామితికి నిజమైన పునాది వేసింది ప్రాచీన గ్రీకు గణితవేత్తలు. వీరు జ్యామితిని అనుభవాలపై కాకుండా, తర్కం మరియు నిరూపణలపై ఆధారపడ్డారు.

థేల్స్ (Thales)

థేల్స్‌ను మొదటి గ్రీకు గణితవేత్తగా భావిస్తారు. అతడు కొన్ని ప్రాథమిక జ్యామితి సిద్ధాంతాలను నిరూపణలతో ప్రతిపాదించాడు. ఇది శుద్ధ జ్యామితి దిశగా ఒక కీలకమైన అడుగు.

పైథాగరస్ (Pythagoras)

పైథాగరస్ త్రిభుజాలపై చేసిన పరిశోధనలు ప్రసిద్ధి గాంచాయి. అతని సిద్ధాంతం జ్యామితిలో నిరూపణలకు ఎంత ప్రాముఖ్యత ఉందో చాటింది.

యూక్లిడ్ (Euclid)

శుద్ధ జ్యామితి చరిత్రలో అత్యంత గొప్ప పేరు యూక్లిడ్. ఆయన రచించిన "Elements" గ్రంథం జ్యామితికి బైబిల్‌లాంటిది. నిర్వచనాలు, సూత్రాలు, ఉపసూత్రాలు, సిద్ధాంతాలు అన్నీ క్రమబద్ధంగా పొందుపరిచాడు. యూక్లిడ్ జ్యామితి దాదాపు 2000 సంవత్సరాలు గణిత ప్రపంచాన్ని ప్రభావితం చేసింది.

భారతీయ గణితంలో జ్యామితి

భారతదేశంలో కూడా జ్యామితి గొప్ప స్థాయిలో అభివృద్ధి చెందింది. శుల్బసూత్రాలు భారతీయ జ్యామితికి ప్రాచీన ఆధారాలు. యజ్ఞ వేదికల నిర్మాణంలో ఉపయోగించిన జ్యామితి నియమాలు వీటిలో ఉన్నాయి.

బౌధాయనుడు, ఆపస్తంబుడు వంటి గణితవేత్తలు త్రిభుజాల, చతురస్రాల లక్షణాలను వివరించారు. పైథాగరస్ సిద్ధాంతానికి సమానమైన భావన భారతీయ గ్రంథాల్లో ముందుగానే కనిపిస్తుంది. ఇది భారతీయ శుద్ధ జ్యామితి లోతును సూచిస్తుంది.

మధ్యయుగ కాలం

మధ్యయుగాలలో యూరప్‌లో గణిత అభివృద్ధి కొంత మందగించినప్పటికీ, ఇస్లామిక్ ప్రపంచంలో జ్యామితి వికసించింది. గ్రీకు గ్రంథాలను అరబిక్‌లోకి అనువదించి, వాటిపై విశ్లేషణ చేశారు. ఈ కాలంలో శుద్ధ జ్యామితి సంప్రదాయం కొనసాగింది.

ఆధునిక యుగం – కొత్త దిశలు

17వ శతాబ్దం నుంచి జ్యామితి కొత్త రూపాలు దాల్చింది.

అనలిటికల్ జ్యామితి

రెనె డెస్కార్టెస్ (Rene Descartes) జ్యామితిని బీజగణితంతో అనుసంధానించాడు. అయినప్పటికీ, శుద్ధ జ్యామితి తన ప్రత్యేకతను నిలుపుకుంది.

నాన్-యూక్లిడియన్ జ్యామితి

యూక్లిడ్ సమాంతర సిద్ధాంతంపై సందేహాలు తలెత్తాయి. లొబాచెవ్స్కీ, రీమాన్ వంటి గణితవేత్తలు నాన్-యూక్లిడియన్ జ్యామితిని అభివృద్ధి చేశారు. ఇది శుద్ధ జ్యామితి పరిధిని విస్తరించింది.

శుద్ధ జ్యామితి ప్రధాన లక్షణాలు:

- నిరూపణలపై ఆధారపడటం
- నిర్మాణాలు మరియు ఆకారాల అధ్యయనం
- సంఖ్యలకంటే తర్కానికి ప్రాధాన్యం
- సౌందర్యబోధ మరియు మేధో ఆనందం

ఇది గణితాన్ని ఒక కళగా చూపిస్తుంది.

విద్యా రంగంలో శుద్ధ జ్యామితి విద్యార్థుల్లో :

- తార్కిక ఆలోచనను
- నిరూపణ నైపుణ్యాన్ని
- ఏకాగ్రతను పెంపొందిస్తుంది.

IIT - JEE, ఒలింపియాడ్స్ వంటి పోటీ పరీక్షల్లో శుద్ధ జ్యామితి ప్రశ్నలు ముఖ్యమైన స్థానం కలిగి ఉంటాయి.

ముగింపు

శుద్ధ జ్యామితి చరిత్ర అనేది మానవ మేధస్సు ఎదుగుదల చరిత్ర. భూమి కొలతలతో ప్రారంభమైన జ్యామితి, తర్కం మరియు నిరూపణల శిఖరానికి చేరుకుంది. యూక్లిడ్ నుంచి ఆధునిక గణితవేత్తల వరకు సాగిన ఈ ప్రయాణం శుద్ధ జ్యామితిని గణితంలో ఒక అమూల్య రత్నంగా నిలిపింది. భవిష్యత్తులో కూడా శుద్ధ జ్యామితి మానవ ఆలోచనలను శుద్ధి చేసే శాస్త్రంగా కొనసాగుతుందని ఆశిద్దాం.

CARPENTER'S THEOREM IN MATHEMATICS

-K.Padmavathy, Hyderabad

Introduction

Many mathematical ideas originate from everyday human practices. One such idea is commonly referred to as the Carpenter's Theorem, inspired by the geometric techniques used by carpenters and builders to divide lengths in fixed proportions, construct parallel lines, and preserve similarity.

Although "Carpenter's Theorem" is not a standard formal name in pure mathematics, it corresponds closely to the Intercept Theorem (also known as Thales' Theorem) and the theory of similar triangles. It describes how parallel lines divide transversals proportionally and how scale and similarity arise naturally in geometric constructions.

This theorem forms a bridge between practical construction methods and rigorous mathematical geometry.

Statement of the Theorem

If a line is drawn parallel to one side of a triangle, it divides the other two sides proportionally.

Let triangle ABC be given. Let points D on AB and E on AC, and let DE be parallel to BC.

AD/AB = AE/AC = DE/BC

Equivalently,

AD/DB = AE/EC

Geometric Proof Using Similarity

Since DE is parallel to BC, corresponding angles are equal:

$\angle ADE = \angle ABC$ and $\angle AED = \angle ACB$

Therefore, triangle ADE is similar to triangle ABC.

From similarity of triangles, corresponding sides are proportional:

$AD/AB = AE/AC = DE/BC$

Thus, the theorem is proved.

Numerical Example

Suppose a wooden beam of length 120 cm must be divided in the ratio 2 : 3.

Total parts = 2 + 3 = 5

Applications

Architecture – Scaling blueprints to full-size structures.

Engineering Drawing – Maintaining proportionality in projections.

Cartography – Map scaling: Scale = Map Distance / Actual Distance

Art and Design – Preserving similarity in enlargements and reductions.

Conclusion

Carpenter's Theorem illustrates how practical craftsmanship evolves into formal mathematics. It connects geometry with construction, engineering, physics, and art. What begins as a simple carpenter's technique becomes a powerful mathematical principle governing similarity, proportion, and scaling across disciplines.

PROBLEMS ON SET THEORY WITH COMPLETE SOLUTIONS (CLASS XII)

- R.Pranav, IIT Hyderabad

Set Theory is one of the most fundamental topics in mathematics and forms the basis for many advanced concepts such as relations, functions, probability, logic, and statistics. At the Class XII level, problems on set theory focus on understanding set operations, Venn diagrams, cardinality, and standard laws of sets.

Problem 1: Representation of a Set

Let $A = \{x \in N : x \leq 10 \text{ and } x \text{ is even}\}$

Write the set in roster form and find the number of subsets of A.

Solution:

The even natural numbers less than or equal to 10 are:

$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

Number of elements in A: $n(A) = 5$

Number of subsets of a set with n elements is 2^n:

Number of subsets $= 2^5 = 32$

Problem 2: Union, Intersection, and Difference

Let $A = \{1,2,3,4,5\}$, $B = \{3,4,5,6,7\}$

Find:

$A \cup B$

$A \cap B$

$A - B$

$B - A$

You can adjust as $A \cup B, A \cap B, A - B, B - A$

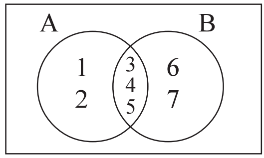
Solution:

$A \cup B = \{1,2,3,4,5,6,7\}$

$A \cap B = \{3,4,5\}$

$A - B = \{1,2\}$

$B - A = \{6,7\}$



Problem 3: Complement of a Set

Let the universal set be

$U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$

If $A = \{2,4,6,8,10\}$

Find the complement of A.

Solution:

$A' = U - A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

Problem 4: Cardinality Using Venn Diagram Concept

In a class of 50 students :

28 like Mathematics (M)

27 like Physics (P)

15 like both Mathematics and Physics

Find:

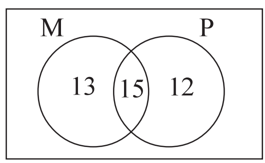
Students who like at least one subject

Students who like neither subject

Solution: Venn Diagram :

$n(M \cup P) = n(M)+n(P)–n(M \cap P)$

$= 28 + 27 – 15 = 40$



Students who like neither :

$50 – 40 = 10$

Student who like only mathematics = 28 – 15 = 13

Students who like only physics = 27 – 15 = 12

Students who like atleast one = 13 + 12 = 25

Problem 5: De Morgan’s Law

Prove:

$(A \cup B)' = A' \cap B'$

Solution:

Let x be any element.

If $x \in (A \cup B)' \Rightarrow x \notin (A \cup B)$, then $x \notin A$ and $x \notin B$.

Therefore $x \in A'$ and $x \in B'$, hence $x \in A' \cap B'$.

Conversely, if $x \in A' \cap B'$, then $x \notin A$ and $x \notin B$.

So $x \notin (A \cup B)$ hence $x \in (A \cup B)'$

Hence proved.

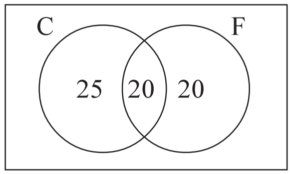
Problem 6: Word Problem on Two Sets

Out of 80 students:

45 play Cricket (C)

40 play Football (F)

20 play both



Find:

i) Only Cricket ii) Only Football

i) At least one game ii) Neither game

Solution:

Only Cricket = 45 – 20 = 25

Only Football = 40 – 20 = 20

At least one = 45 + 40 – 20 = 65

Neither = 80 – 65 = 15

Important Formulae to Remember

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

De Morgan's Laws:

i) $(A \cup B)' = A' \cap B'$ ii) $(A \cap B)' = A' \cup B'$

Number of subsets of a set with n elements = 2^n

Conclusion Problems on set theory help students develop logical thinking and a clear understanding of mathematical structure. Mastery of set operations and Venn diagrams is essential for success in higher mathematics, probability, and competitive examinations.

IIT CAPSULE

Geometry Olympiad Problems (Class X) with Solutions

- Dr.B.B.Rama Sarma

1. Angle in a Semicircle

Problem : AB is a diameter of a circle and C is any point on the circle. Prove that $\angle ACB = 90°$.

Solution: The angle subtended by a diameter at any point on the circle is a right angle (Thales' theorem). Therefore, $\angle ACB = 90°$.

2. Tangent–Radius Perpendicularity

Problem: A tangent at point P touches a circle with center O. Prove that OP $\perp$ tangent at P.

Solution: The shortest distance from the center of a circle to a tangent is along the perpendicular. If OP were not perpendicular, the tangent would cut the circle at two points, contradicting the definition of a tangent. Hence, OP $\perp$ tangent at P.

3. Opposite Angles of a Cyclic Quadrilateral

Problem: In a cyclic quadrilateral ABCD, prove that

$$\angle A + \angle C = 180°.$$

Solution: Opposite angles of a cyclic quadrilateral are supplementary. Therefore, $\angle A + \angle C = 180°$.

4. Equal Tangents from an External Point

Problem: From an external point P, tangents PA and PB are drawn to a circle. Prove that PA = PB.

Solution: Join OA and OB, and OP where O is the center. OA = OB (radii), OP is common, and $\angle$OAP = $\angle$OBP = 90°. Thus, triangles OAP and OBP are congruent (RHS). Hence, PA = PB.

5. **Angle Bisector Theorem**

Problem: In triangle ABC, AD bisects $\angle$A and meets BC at D. Prove that BD / DC = AB / AC.

Solution: By the angle bisector theorem, the internal angle bisector divides the opposite side in the ratio of the adjacent sides. Hence, BD / DC = AB / AC.

6. **Power of a Point (Secant–Secant Theorem)**

Problem: From an external point P, two secants PAB and PCD are drawn to a circle. Prove that PA × PB = PC × PD.

Solution: Using similar triangles formed by the secants, the product of the external segment and the whole secant is equal for both secants. Thus, PA × PB = PC × PD.

7. **Midpoint Theorem**

Problem: In triangle ABC, D and E are the midpoints of AB and AC respectively. Prove that DE || BC and DE = $\frac{1}{2}$ BC.

Solution: Triangles ADE and ABC are similar with ratio 1 : 2. Therefore, DE || BC and DE = $\frac{1}{2}$BC.

8. Isosceles Triangle Property

Problem : In triangle ABC, AB = AC and AD bisects $\angle A$, meeting BC at D. Prove that D is the midpoint of BC.

Solution : By the angle bisector theorem,

BD / DC = AB / AC = 1.

Hence, BD = DC, so D is the midpoint of BC.

9. Alternate Segment Theorem

Problem: A tangent is drawn at point A to a circle and AB is a chord. Prove that the angle between the tangent and the chord is equal to the angle in the alternate segment.

Solution: By the alternate segment theorem, the angle between the tangent and chord through the point of contact is equal to the angle in the opposite arc. Hence, the required angles are equal.

10. Coordinate Geometry – Right Triangle

Problem: The coordinates of the vertices of a triangle are A(1,2), B(5,2), and C(5,6). Prove that the triangle is right-angled and find its area.

Solution: AB is horizontal and BC is vertical. Hence, $AB \perp BC$ and the triangle is right-angled at B.

Length AB = 4 Length BC = 4

$$\text{Area} = \frac{1}{2} \times AB \times BC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8 \text{ square units.}$$

Conclusion

These geometry problems cover key Olympiad-level concepts such as circles, triangles, tangents, similarity, and coordinate geometry. Practicing such problems helps students develop strong logical reasoning and geometric insight, which are essential for competitive examinations.

Some Problems from MSET- 2024

CLASS - V

1. In a code language STOP $\rightarrow$ TSPO; BEST $\rightarrow$ CDTS; AXIM $\rightarrow$ BWJL then TAPE $\rightarrow$ ......

1) SBQD 2) UBQF 3) UZQD 4) SBOF

2. Sum of the exterior angles of the regular polygon ....

1) 360° 2) 180° 3) 90° 4) 270°

3. Some boys are in the playground. Half of them are playing: $\frac{1}{8}^{th}$ are chatting; remaining 15 are Skatting. Then number of boys in the ground

1) 40 2) 48 3) 64 4) 32

4. Truth statement among the following

A) A prime number has only two factors.

B) A composite number has three factors.

1) A 2) B

3) A & B 4) neither A nor B

5. Any even number which is divisible by 3 is also divisible by

1) 4 2) 6 3) 8 4) 9

6. L.C.M of two numbers is 90; their H.C.F is 3. One of the number is 15. Second number is ....

1) 18 2) 30 3) 45 4) 12

7. Bhaskar earns per month Rs. 45,900 and his wife earns Rs. 32,150. Their expenditure per month is Rs. 65,600. So, their savings per year is Rs.........

1) 12,450 2) 1,49,400 3) 1,49,200 4) 1,49,600

8. Teacher asked the students to divide 3012 by 3

A) Ravi got the answer 104

B) Gopi got the answer 1004

Who is correct

1) A 2) B

3) Both A and B 4) Neither A nor B

9. In the sequence a, ab, aab, aabb, aaabb, aaabbb, ...number of a's in 10 terms :

1) 15 2) 30 3) 20 4) 24

10. Odd one among the birds :

1) Chicken 2) Swan 3) Peacock 4) Penguin

11. $[(1012\times2)+(506\times4)+(253\times8)] \div 3 =$ ______

1) Previous year 2) Next year

3) This year 4) None

12. Next number in the series 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...

1) 33 2) 32 3) 34 4) 37

13. Father of Geometry

1) Archimedes 2) Brahmagupta

3) Leonhard Euler 4) Euclid

14. If a number 8x2y4 is exactly divisible by 11, then values of x and y are

1) 5, 9 2) 6, 8

3) 7, 7 4) all of these

15. In a special condition $+, -, \times, \div$ are taken as $\times, \div, +, -$ then

$$\left[(16\times12)\div(9-3)\right]+\left[(8+9)-18\right] = \_\_\_\_\_\_$$

1) 63 2) 100 3) 118 4) 75

CLASS - VI

1. In a dice, a face has five dots, Number of dots in its opposite side :

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

2. Now it is 7:30 AM. Time shown in 24 hour clock after 9 hrs 40 min:

1) 5-10 pm 2) 5-10 am 3) 16-10 am 4) 17-10 pm

3. Which of the following is not zero

1) 0×0 2) $\frac{0}{2}$ 3) $\frac{6-6}{2}$ 4) $4 \div 0$

4. If x is greater than 2, then $|2-x|$ = __________

1) $2 - x$ 2) $x - 2$ 3) $2 + x$ 4) $-x - 2$

5. If x is a negative integer, then truth statement

1) $x+|x|=0$ 2) $x-|x|=0$

3) $x+|x|=2x$ 4) $x+|x|=-2x$

6. If Δ is an operation on integers such that $a \Delta b = a - b - 2$, for all integers a,b. Then $7 \Delta (-4)$ is

1) 11 2) –9 3) 9 4) 1

7. $(-12)\times(-9) - 6\times(-8)$ is equal to

1) 156 2) 60 3) –156 4) –60

8. 

ABCD are four places on a road. AD=70km, BD=50km. c is the mid point of BD then AC= ________km

1) 25 2) 20

3) 35 4) 45

9. If $\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{x}=4$, then $x=$ ________

1) $\frac{5}{18}$ 2) $\frac{6}{19}$ 3) $\frac{18}{5}$ 4) $\frac{24}{11}$

10. What is the value of $\frac{a+b}{a-b}$ if $\frac{a}{b}=4$?

1) $\frac{3}{5}$ 2) $\frac{5}{3}$ 3) $\frac{4}{5}$ 4) $\frac{5}{4}$

11. At present father's age is three times his son's age. After 5 years father's age will be $2\frac{1}{2}$ times of his son's age. Now son's age is .... years

1) 18 2) 10 3) 20 4) 15

12. 111111111 =

1) 123456789×9 2) 12345679×9

3) 12345689×9 4) 12345789×9

13. The period of Euclid :

1) 306-283 BC 2) 1550-1617 AD

3) 475-550 AD 4) 287-212 BC

14. The number of lines of symmetry of an n-sided regular polygon is

1) n 2) 2n 3) $\frac{n}{2}$ 4) None

15. The set of books "The Elements" were written by

1) Goldbach 2) Johnn Napier

3) Euclid 4) Brahma Gupta

CLASS - VII

1. Which of the following is not a central tendency

1) Mean 2) Median 3) Mode 4) Range

2. Which of the following shape stands for corresponding angles

1) Z 2) F 3) L 4) A

3. The diagonals of a rhombus measure 16 cm and 30 cm. If its perimeter is ____

1) 17 cm 2) 34 cm 3) 68 cm 4) 51 cm

4. "The diagonal of a rectangle produce by itself the same area as produced by its length and breadth" is called _________ theorem.

1) Euclid 2) Ramanujan's

3) Euler's 4) Baudhayan

5. If 12% of whole quantity is 1080 then whole quantity is

1) 9000 2) 8000 3) 10800 4) 1296

6. A cricket team played 20 matches in a season. If they won 40% of them. How many matches did they loss?

1) 8 2) 10

3) 12 4) 15

7. 2% of 1 hour = _____ seconds

1) 36 2) 72 3) 108 4) 120

8. The additive inverse of multiplicative identity is ______

1) 36 2) [–4% of 25]

3) 4% of 25 4) None

9. A vehicle covers a distance of 43.2 kms with 2.4 liters of petrol. How much distance will it cover with 9.5 liters petrol?

1) 18 2) 180
3) 171 4) 95

10. $11^1 = 11,\ 11^2 = 121,\ 11^3 = 1331,\ 11^4 =$ _______

1) 1441 2) 14641
3) 14541 4) 14441

11. Changing side is called ________

1) Transfer 2) Transpose
3) Transposing 4) Change

12. T, X, Y are examples for which lines.

1) Common 2) Parallel
3) Intersecting 4) Perpendicular

13. Ramu bought a sweater and saved 200 rupees when a discount of 25% was given. What was the price of sweater after discount ?

1) 800 2) 1000
3) 400 4) 600

14. Next number in the series: 0, 6, 24, 60, 120, ...

1) 150 2) 220
3) 210 4) 180

15. The mean of first 2025 whole numbers

1) 1012.5 2) 1012
3) 1013 4) 1013.5

CLASS - VIII

1. How many '2's are there between '1' to 100 ________

1) 8 2) 19 3) 20 4) 21

2. In which number system there is no Zero ________

1) C.G.S 2) Roman
3) American 4) Hindu Arabic

3. What is the speciality of '496' ?

1) Beast number 2) Kaprekar number
3) Perfect number 4) Triangular number

4. If $a^3 = 64$ then value of a^{-2} is ______

1) 16 2) -16 3) 16^{-2} 4) $\frac{1}{16}$

5. No. of places of 'One Trilion' is ______

1) 14 2) 12 3) 15 4) 13

6. Angle at 5 hrs 20 m between two hands in a clock_________

1) 40° 2) 45° 3) 60° 4) 30°

7. $\sqrt{1296} + \sqrt{12.96} + \sqrt{0.1296}$ = _______

1) 39.9 2) 39.96 3) 39.98 4) 39.94

8. $\sqrt{\sqrt{2500} + \sqrt{961}} = (x^2)$ then x = _______

1) 10 2) 8
3) 3 4) 11

9. The number of non-square numbers between 107^2 and 108^2 is _______

1) 108 2) 214
3) 107 4) 216

10. The mean of 6, y, 7, x and 14 is 8. Express 'y' in terms of 'x'

1) $y = 3 - x$ 2) $y = 10 - x$

3) $y = 13 - x$ 4) None

11. If a = 5, b = 3 then the value of $\frac{a^b + b^a}{a^b - b^a}$ = ________

1) $\frac{-184}{59}$ 2) $\frac{-174}{59}$

3) $\frac{-164}{59}$ 4) None

12. If 16% of A = 20% of B then A : B = ______

1) 3 : 4 2) 5 : 4 3) 4 : 3 4) 2 : 5

13. If 2, 4, $x - 1$, $x + 3$, 15, 16 are in order and their median is 6 then x^x value ________

1) 256 2) 3125

3) 7576 4) 1296

14. $\sqrt[4]{81} + \sqrt[3]{729} + \sqrt[3]{343} + \sqrt[3]{216} + \sqrt{1296} =$ ______

1) 81 2) 71

3) 61 4) 91

15. Who used 'π'' first

1) Bhaskara 2) Euler

3) Socrates 4) Varaha mihirudu

CLASS - IX

1. A circle has a diameter with ends (0, 0) (6, 8). Then the ratio of its area to circumference is ______

1) 2.5 2) 4.2 3) $\frac{4}{3}$ 4) $\frac{3}{4}$

2. $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ is exactly divisible by $(x-a-1)(x-b-1)(x-c-1)$ then $ab^2c^3 + ab + bc - 1 =$ ________ where $a \neq b \neq c$, $a < b < c$

1) 0 2) 1 3) 2 4) –2

3. Product of digits in kaprekar's constant is ________

1) 0 2) 18 3) 168 4) 160

4. For moderatery asymmetric data $\frac{\text{mean} - \text{mode}}{\text{mean} - \text{median}} =$ _______

1) nearly 2 2) 3 3) nearly 5 4) 4

5. Number of integer solution pairs $2x^2 + y^2 + 2xy + 2x + 1 = 0$ (x, y)

1) only 2 2) zero 3) only one 4) atleast 2

6. Which of the following is a perfect 4th power ?

1) $21^3 \times 7^5 \times 3^3$ 2) $45^9 \times 3^6 \times 5^3$

3) $20^7 \times 2^5 \times 5^{11}$ 4) $100^2 \times 20^3$

7. If the angles of the triangle are in the ratio 1:1:2 then the corresponding sides are in the ratio ________

1) $\sqrt{2} : \sqrt{2} : 2$ 2) $1 : 1 : \sqrt{3}$

3) $3 : 6 : \sqrt{7}$ 4) 1 : 2 : 3

8. Zero in mathematics was an invention of

1) Indian 2) American

3) Australian 4) Russian

9. National mathematics day is celebrated on __________ every year.

1) 19th October 2) 22nd January

3) 22nd December 4) 14th March

10. The country in which international mathematical olympiad was conducted in 2023 was _________

1) India 2) Romania

3) Australia 4) Japan

11. Golden ratio is nearly ________

1) 1.414 2) 1.618

3) 2.7183 4) 1.732

12. If $\sqrt[3]{a+b\sqrt{2}} = 1+\sqrt{2}$ then $\sqrt[3]{a^2-2b^2}$ = ________

1) –1 2) –2

3) $2+\sqrt{2}$ 4) $2-\sqrt{2}$

13. $x = \frac{1}{1\times 2} + \frac{1}{2\times 3} + \frac{1}{3\times 4} + \text{........} + \frac{1}{79\times 80}$ then $80x - 72 =$ ____

1) 3 2) 0 3) 30 4) 7

14. If $p^2 + q^2 = 1$ then $p^2\left(3-4p^2\right)^2 + q^2\left(4q^2-3\right)^2 =$ ______

1) 2 2) 3 3) 1 4) 0

15. 25th term in the series 1, 3, 6, 10, 15, 21, ... will be

1) $5^2 \times 13$ 2) 6^3 3) 7^4 4) 850

CLASS - X

1. 14th March is considered as π day in honour of ....

1) Archimedes 2) Rene Deschartes

3) Albert-Einstein 4) Eratosthenes

2. Out of 4 straight lines, maximum number of points of intersection will be _____ if no two are parallel and no three are concurrent.

1) 16 2) 6 3) 0 4) 4

3. $3x^2+4y^2=3,\ 4x^2+3y^2=4$ then $5x^2+7y^2+1=$ ____

1) 0 2) 6 3) 5 4) 13

4. $x^2-4x+6=\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x..........\infty}}}$ for $x>0$ then least value of $2x^2+1=$ _____

1) 9 2) 19 3) 3 4) 18

5. Number of integer pairs (x, y) satisfying x(x+4)+xy+4y=0 is________

1) 1 2) 4 3) 2 4) Infinite

6. The chance that a randomly selected leap year has exactly 53 sundays is______

1) $\frac{2}{7}$ 2) $\frac{5}{7}$ 3) 1 4) 0

7. The median of first 49 odd natural numbers is _________

1) 27 2) 49 3) 50 4) 31

8. Number of right angled triangles having sides in ratio 3:4:5 will be_______

1) 1 2) 3 3) 2 4) Infinite

9. Digital root of the famous "Ramnujan's Number" is ______

1) 19 2) 2 3) 1 4) 10

10. B and C are points of trisection of segment $\overline{AD}$. Then______

1) $BC = \frac{1}{2}AD$ 2) $BC = \frac{1}{4}AD$

3) 3BC = AD 4) AD = BC

11. $\left(1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots\ldots\ldots\ldots + 99^3\right)^{\frac{1}{2}} =$ ____________

1) 4950 2) 5050

3) 6250 4) 3850

12. In ΔPQR, $\underline{|RPQ} = 90°$, $\overline{PR} = 6cm$, $\overline{PQ} = 8cm$. Then the radius of circumcircle of ΔPQR is ____________

1) 5 cm 2) 3 cm

3) 4 cm 4) 4.5 cm

13. A triangle with base two angles both are 72°, is exactly called _____ triangle.

1) Isosceles 2) Equilateral

3) Golden 4) Right angled

14. Number of circles passing through all the three points (2, 3), (1, 4) and (1, –6) will be ______

1) 1 2) 3

3) 0 4) infinite

15. In a parallelogram sides are 3, 4, 3, 4 In that order. Sum of squares of its diagonals is____________

1) 38 2) 17

3) 50 4) 48

SOME X STANDARD PROBLEMS ASKED IN JEE MAINS

-B. Ritwik, IIT Mumbai

It is interesting to observe that some of the Questions asked in JEE Mains exams are of X standard only. I am presenting some Questions along with solutions to motivate school students.

1. If $\text{Sin } x + \text{Sin}^2 x = 1$. Find $\text{Cos}^2 x + \text{Cos}^4 x$.

Sol: $\text{Sin } x = 1 - \text{Sin}^2 x = \text{Cos}^2 x$

$\because \text{Cos}^2 x + \text{Cos}^4 x = \text{Sin } x + (\text{Sin } x)^2 = 1$ again

$\therefore \boxed{\text{Ans} : 1}$

2. Find Sum of all roots of $(x-1)^2 - 5|x-1| + 6 = 0$

Sol: Put $|x-1| = t$ $\quad \because t^2 - 5t + 6 = 0$

$\therefore t = 2, 3$

$\therefore |x-1| = 2$ or 3 $\quad \Rightarrow x - 1 = \pm 2 \pm 3$

$\therefore x = \pm 2 \pm 1$ $\quad x = \pm 3 \pm 1$

$\Rightarrow x = \pm 3 \pm 1$ $\quad x = 4, -2$

$\therefore$ Sum of roots $= 3 - 1 + 4 - 2 = 4$

$\therefore \boxed{\text{Ans} : 4}$

3. Sum of first 4 terms in an A.P is 6 and sum of first 6 term is 4. Find sum of first 12 terms.

Sol: $S_4 = 6$ $\quad S_6 = 4$

$\Rightarrow \frac{4}{2}[2a + 3d] = 6,$ $\quad \Rightarrow \frac{6}{2}[2a + 5d] = 4$

$\therefore$ 4a + 6d = 6, 6a + 15d = 4

$\therefore$ 2a + 3d = 3 $\Rightarrow$ 6a + 5(3 – 2a) = 4

$\therefore$ 15 – 4a = 4

$\therefore$ a = + 11/4, d = –5/6

$\therefore$ S12 = –22

4. $a_1, \frac{a_2}{2}, \frac{a_3}{2^2}, \frac{a_4}{2^3}.........\frac{a_{10}}{2^9}$ are in G.P with common ratio $\frac{1}{\sqrt{2}}$ and $a_1 + a_2 + a_3 + ...+ a_{10} = 62$. Find a_1.

Sol: $\frac{a_2}{2a_1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow a_2 = \sqrt{2}\, a_1$

$$a_3 = \sqrt{2}\, a_2 = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}\, a_1 = \left(\sqrt{2}\right)^2 \cdot a_1$$

$$a_4 = \left(\sqrt{2}\right)^3 a_1, ..., a_{10} = \left(\sqrt{2}\right)^9 a_1$$

$a_1 + a_2 + a_3 + ...\ a_{10} = 62$

Now $a_1\left[1 + \sqrt{2} + \left(\sqrt{2}\right)^2 + ... + \left(\sqrt{2}\right)^9\right] = 62$

$$\Rightarrow a_1\left[\frac{\left(\sqrt{2}\right)^{10} - 1}{\sqrt{2} - 1}\right] = 62 \quad \Rightarrow a_1 \times \frac{31}{\sqrt{2} - 1} = 62$$

$\therefore$ Ans : $\boxed{a_1 = 2\left(\sqrt{2} - 1\right)}$

5. Simply $\mathrm{Cosec}\,10° - \sqrt{3}\,\mathrm{Sec}\,10°$

Sol: R.E. = $\frac{1}{\sin 10°} - \frac{\sqrt{3}}{\cos 10°} = \frac{\cos 10° - \sqrt{3}\sin 10°}{\sin 10° \cos 10°}$

$$= \frac{2\times 2\left[\frac{1}{2}\cos 10^\circ - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin 10^\circ\right]}{2\sin 10^\circ \cos 10^\circ}$$

$$= \frac{4\left[\cos 60^\circ \cos 10^\circ - \sin 60^\circ \sin 10^\circ\right]}{\sin 20^\circ}$$

$$= \frac{4\cos\left(60^\circ + 10^\circ\right)}{\sin 20^\circ} = \frac{4\cos 70^\circ}{\sin 20^\circ} = 4\cdot\frac{\sin 20^\circ}{\sin 20^\circ}$$

$\therefore \boxed{\text{Ans} : 4}$

6. a_1, a_2, a_3, a_4,.......... are in increasing G.P and $a_1 + a_3 + a_5 = 21$, $a_1 . a_3 . a_5 = 64$. Find $a_1 + a_2 + a_3$.

Sol: $a_1(1 + r^2 + r^4) = 21$, $a_1^3\ (1)(r^2)(r^4) = 64$

$\therefore\ a_1 = 1, r = 2$ by solution

$\therefore\ a_1 + a_2 + a_3 = 1 + 2 + 4 = 7$

(You can try some similar problems)

Key to MSET - 2024 Questions

Class	Questions													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
V	3	1	1	1	2	1	2	2	2	4	3	3	4	4	2
VI	2	4	4	2	1	3	1	4	2	2	4	2	1	1	3
VII	4	2	3	4	1	3	2	2	3	2	3	3	4	3	2
VIII	3	2	3	4	4	1	2	3	2	3	1	2	2	3	2
IX	1	2	3	2	3	2	1	1	3	4	2	1	4	3	1
X	3	2	2	1	4	1	2	4	3	3	1	1	3	1	3

PRIZE DISTRIBUTION FUNCTION- MSET -2024

An Appeal to Readers

Papers and Articles
for publications are to be sent to

Dr. B.B. Rama Sarma
Chief Editor, Ganitha Chandrika,
H.No.6-26, Vivekananda Street, Hanuman Nagar,
Ramavarappadu, Vijayawada -521108
Email/ bbramasarma@yahoo.co.in
cell : 9441924418.

Teachers, Students and all lovers of Mathematics are well come to join the Association. The membership details are as follows : Life Rs.500/- (Individual) Rs.600/- (Institution)

All members are entitled to receive a free copy of magazine Ganitha Chandrika

Subcription to be deposited in the account name

The Covenor, MSET. AIMEd,
ACCOUNT NO: 3264 799 6927.
SBI, Satyanarayanapuram.
Vijayawada IFSC code : SBIN0009001.
Send a copy of the pay slip along with your covering letter contain full address, Email and cell phone number to the following address
Treasurer, AIMEd, D.No. 30-22/1-16, Murthy Street, arundalpet, Vijayawada - 520002.A.P.