

# గణిత చంద్రిక

GANITHA CHANDRIKA

Volume:27

Issue: 3 &4

Year 2026



**Sri. P.S.N. SASTRY**

**EX- PRESIDENT, A.I.M.Ed.,**

**ASSOCIATION FOR IMPROVEMENT OF MATHS EDUCATION  
A.I.M.Ed. (Regd.,) VIJAYAWADA.**

## *GANITHA CHANDRIKA EDITORIAL BOARD*

### *Honorary Editors*



*Prof.D.S.N. Sastry*



*Prof.Bh.Satyanarayana*

### *Editors*



*R.Sridhar*



*Dr.K.Pushpa Latha*



*Dr.K.Rama Krishna*



*Sri. P.Deepak*



*Sri. T.Venkatappaiah*



*Chief Editor*  
*Dr. B.B. Ramasarma*

# గణిత చంద్రిక

## GANITHA CHANDRIKA

e-mail : ganithachandrika @ gmail.com

Volume : 27

Issue 3 & 4

Year : 2026

(July - December - 2026)

### విషయ సూచిక

|                                                       |       |
|-------------------------------------------------------|-------|
| 1. సంపాదకీయం                                          | 2     |
| 2. ముఖచిత్ర పరిచయం                                    | 3-4   |
| 3. ఆర్థికశాస్త్రంలో గణితశాస్త్ర అనువర్తనాలు           | 5-10  |
| 4. ఒక మంచిగణిత పుస్తకం                                | 11-12 |
| 5. ఆల్బర్ట్ ఐన్‌స్టీన్ జీవితంలో ఆసక్తికరమైన సంఘటనలు   | 13-14 |
| 6. డేటా సైన్సు-ఆధునిక ప్రపంచానికి మార్గదర్శక శాస్త్రం | 15-16 |
| 7. Olympiad Corner                                    | 17-19 |
| 8. గణితచరిత్రలో సున్నా అవిష్కరణ                       | 20-21 |
| 9. గణితచిహ్నాలు - గణిత భాషకు సంకేతాలు                 | 22-23 |
| 10. గణిత మేధావి - శకుంతలాదేవి                         | 24-25 |
| 11. గణిత పజిల్లు - తర్కానికి, సృజనాత్మకు సవాలు        | 26-31 |
| 12. అరుణాచల వాక్కులు                                  | 32    |
| 13. I.I.T. Capsule                                    | 33-35 |
| 14. సభలు - సమావేశాలు                                  | 36    |
| 15. Key for MSET-2025 Questions                       | 36    |
| 15. Some problems from MSET-2025 Papers               | 37-48 |

## సంపాదకీయం

పాఠక మహాశయులకు గణితాంజలి.

అందరికీ నమస్కారం. ఈ సంచిక శ్రీ P.S.N. శాస్త్రి (Ex-President, A.I.M.Ed) గారి ముఖచిత్రంతో వెలువడుతోంది. యధావిధిగా మంచి మంచి గణిత విషయాలు, శీర్షికలతో ఆసక్తికరంగా ఇవ్వడానికి మా వంతు కృషి చేశాం. పాఠకలోకం ఆశీర్వాదిస్తుందని భావిస్తున్నాము. మీ అమూల్య అభిప్రాయాలను తెలియపరుస్తారని ఆశిస్తున్నాము. ఎప్పటిలాగే 3 పేజీలకు మించని గణితవ్యాసాలను పాఠశాల స్థాయిలో కోరుచున్నాము. మీ స్పందన మాకు ఉత్సాహాన్నిస్తుంది. ఈ సంచిక కూడా ఆన్‌లైన్ విధానంలోనే ప్రచురించడం జరుగుతుంది.

అభినందనతో

**Dr. B.B. రామశర్మ**

ప్రధాన సంపాదకులు

**యథాశిఖా మయూరాణాం**

**నాగానాం మణయో యథా ।**

**తద్వద్వేదాంగ శాస్త్రాణాం**

**గణితం మూర్ధని స్థితమ్ ॥**

భావము : నెమళ్ళకు శిఖాల వలే, నాగులకు మణుల వలే వేదాంగశాస్త్రాలన్నింటికి శిరస్సున (అగ్రభాగాన) గణితం ఉంటుంది.

## ముఖచిత్ర పరిచయం

### గణిత పిపాసి శ్రీ P.S.N శాస్త్రి

శ్రీ P.S.N శాస్త్రిగారు 1943 సంవత్సరంలో తెనాలిలో జన్మించారు. వారి విద్యాభ్యాసం B.Sc వరకు సాగింది. తరువాత గణితోపాధ్యాయునిగా City Public School, Abhyasa Vidyalayam, Vikas Public School వంటి సంస్థలకి సేవలందించారు. A.I.M.Ed సంస్థలో సభ్యులుగా జేరి 2001 నుంచి 2007 వరకు ట్రెజరర్ గాను, 2007 నుంచి 2009 వరకు జనరల్ సెక్రటరీగాను, 2009 నుంచి 2011 వరకు అధ్యక్షులుగాను, రెండు సంవత్సరాలు A.I.M.Ed నిర్వహించే టాలెంట్ టెస్టుకి కన్వీనర్ గాను వివిధ హోదాలలో తమ అమూల్యమైన సేవలను సంస్థకు అందించారు.

Prof. P.V. అరుణాచలం, Prof. N.Ch. పట్టాభిరామాచార్యులు, Prof. R.C. గుప్తా, Prof. L. రాధాకృష్ణ వంటి గొప్ప గణితజ్ఞులతో వారికి సన్నిహిత సంబంధం ఉంది. వారి ప్రోత్సాహంతో తాను ఎన్నో కొత్త విషయాలను నేర్చుకున్నానని శాస్త్రిగారు వినయంగా చెపుతుంటారు. వారికి Prof. R.C గుప్తా గారితో గల సన్నిహిత సంబంధం వలన A.I.M.Ed సంస్థ History of Mathematics లో కృషి చేయటానికిగాను శ్రీ గుప్తా గారు రూ. 60,000 fundగా పంపారు. ఆ fundతో 2008 నుంచి ప్రతి సంవత్సరము Prof. R.C. గుప్తా Endowment lecture ఏర్పాటు చేయటానికి నిర్ణయించారు. ఈ విషయంలో A.I.M.Ed సంస్థ శాస్త్రిగారిని ఎంతో అభినందించింది. ఈ క్రమంలో 2025 సంవత్సరానికి Endowment lecture ను శ్రీ శాస్త్రిగారు స్వయంగా ఇవ్వడం ముదావహం.

శ్రీ P.S.N శాస్త్రి గారి ఆధర్వర్యంలో A.I.M.Ed సంస్థ 2015వ సంవత్సరం సెప్టెంబర్ 22, 23 తేదీలలో మెరిస్ స్టెల్లా కళాశాలలో “గణితం-సాహిత్యం” అనే అంశంపై “National Seminar and Maths Expo” ను ఘనంగా నిర్వహించింది. ఈ సెమినార్ కి Prof. P.V. అరుణాచలం, శ్రీ M. మహాదేవన్, శ్రీ R. ఆత్మారామ్, శ్రీమతి M. గిరిజా శర్మ వంటి ప్రముఖులు హాజరయ్యారు.

A.I.M.Ed నిర్వహించే talent test కి ప్రతి సంవత్సరం వారి కృషి అభినందనీయం. తన పరిచయాలతో వివిధ పాఠశాలల యజమానులను ఒప్పించి అధిక సంఖ్యలో విద్యార్థులు పరీక్షలో పాల్గొనేలా పాటుపడ్డాడు.

శ్రీ శాస్త్రిగారు గణిత పిపాసి. అనేక Maths conference, Workshops లో పాల్గొన్నారు. ఇదే సందర్భంలో వారు “జరాసంధ సంఖ్యలు” “Maths exhibits, and models”, “Application in Geometry”, “Applications in Algebra”, “History of Mathematics” వంటి ప్రత్యేక అంశాలపై 2000-2014 సంవత్సరాల మధ్య కీలక ఉపన్యాసాలను A.I.M.Ed: AMTI, UGC Sponsored Seminars లో ఇచ్చి మెప్పు పొందారు. A.I.M.Ed పురోభివృద్ధిలో తమదైన కీలకపాత్రను పోషించిన శ్రీశాస్త్రిగారు 83 సంవత్సరాల వయసులో కూడా గణితాసక్తిని వీడక కృషిచేస్తున్నారు. వారికి భగవంతుడు ఆయురారోగ్య ఐశ్వర్యాలను ప్రసాదించి కాపాడాలని, ఇటువంటి మరెన్నో కార్యక్రమాలను వారు నిర్వహించాలని A.I.M.Ed సభ్యులు, గణితచంద్రిక సంపాదకవర్గము కోరుతున్నారు.

### గణితంలో దిట్టలు - భారతీయులు

గణితశాస్త్ర విజ్ఞానమంతా భారతీయుల చలవే. ఈ శతాబ్దపు గొప్ప భౌతిక శాస్త్రవేత్త ‘ఆల్బర్ట్ ఐన్స్టీన్’ కూడా ఈ నిజాన్ని గుర్తించాడు. ఆయన ఇలా అన్నారు. “మనం భారతీయులకు ఎంతో ఋణపడి ఉన్నాం. భారతీయులే ప్రపంచానికి గణితంలో సులభంగా లెక్కించే ‘దశాంశ పద్ధతి’ని కనుగొన్నారు. అదే లేకపోతే ఎన్నో వైజ్ఞానిక పరిశోధనలు ఇవాళ సాధింపబడేవి కావు.”

## ఆర్థికశాస్త్రంలో గణితశాస్త్ర అనువర్తనాలు

రచయిత: C. Rajya Lakshmi  
Hyderabad

గణితశాస్త్రం అనేది సంఖ్యలు, పరిమాణాలు, సంబంధాలు మరియు మార్పులను అధ్యయనం చేసే శాస్త్రం. ఆర్థికశాస్త్రం పరిమిత వనరులను సమర్థవంతంగా వినియోగించడం, ఉత్పత్తి, వినియోగం, ధరలు, ఆదాయం, ఉపాధి మరియు సంపద పంపిణీ వంటి అంశాలను పరిశీలిస్తుంది. ఆర్థిక నమూనాలను ఖచ్చితంగా విశ్లేషించడానికి గణితశాస్త్రం ఎంతో ఉపయోగపడుతుంది. డిమాండ్, సరఫరా, ధర నిర్ణయం, లాభ గరిష్ఠీకరణ, వ్యయ విశ్లేషణ, ఆర్థిక వృద్ధి, జాతీయ ఆదాయం వంటి అనేక అంశాలలో గణిత పద్ధతులు కీలక పాత్ర పోషిస్తాయి.

### 1. డిమాండ్ విశ్లేషణలో గణితం

ఒక వస్తువు ధర పెరిగినప్పుడు సాధారణంగా దాని డిమాండ్ తగ్గుతుంది. ఈ సంబంధాన్ని గణిత సమీకరణంతో వ్యక్తీకరించవచ్చు.

$$Q_d = 100 - 2P$$

ఇక్కడ  $Q_d$  = డిమాండ్ పరిమాణం,  $P$  = వస్తువు ధర.

వస్తువు ధర ₹20 అయితే,

$$Q_d = 100 - 2(20) = 60$$

అంటే ₹20 ధర వద్ద డిమాండ్ 60 యూనిట్లు.

డిమాండ్ ధర స్థితిస్థాపకతను:

$E_d = \% \text{ డిమాండ్ లో మార్పు} / \% \text{ ధరలో మార్పు}$  అనే సూత్రంతో కొలుస్తారు.

ఉదాహరణకు ధర 10% పెరిగితే డిమాండ్ 20% తగ్గితే,

$$E_d = 20/10 = 2 \text{ అంటే డిమాండ్ స్థితిస్థాపకంగా ఉందని అర్థం.}$$

## 2. సరఫరా మరియు మార్కెట్ సమతుల్యత

సరఫరాను కూడా గణిత సమీకరణంతో వ్యక్తీకరించవచ్చు.

$$Q_s = 20 + 2P$$

మార్కెట్ సమతుల్యత వద్ద డిమాండ్ మరియు సరఫరా సమానంగా ఉంటాయి.

$$Q_d = Q_s$$

$$100 - 2P = 20 + 2P$$

$$80 = 4P$$

$$P = ₹20$$

ఇప్పుడు  $P = 20$ ని డిమాండ్ సమీకరణంలో ప్రతిక్షేపిస్తే,

$$Q = 100 - 2(20) = 60$$

కాబట్టి సమతుల్య ధర ₹20, సమతుల్య పరిమాణం 60 యూనిట్లు.

## 3. ఉత్పత్తి మరియు వ్యయ విశ్లేషణ

సంస్థలు ఎంత ఉత్పత్తి చేయాలి, దానికి ఎంత వ్యయం అవుతుంది అనే విషయాలను గణిత సమూహాల ద్వారా నిర్ణయిస్తాయి.

**మొత్తం వ్యయం:**

$$TC = FC + VC$$

ఇక్కడ  $FC$  = స్థిర వ్యయం,  $VC$  = చర వ్యయం.

ఒక సంస్థకు స్థిర వ్యయం ₹10,000 మరియు ఒక్కో యూనిట్‌కు చర వ్యయం ₹50 అనుకుందాం. 200 యూనిట్లు ఉత్పత్తి చేస్తే,

$$TC = 10,000 + (50 \times 200) = ₹20,000$$

**సగటు వ్యయం:**

$$AC = TC/Q$$

$$AC = 20,000/200 = ₹100$$

అంటే ఒక్కో యూనిట్ ఉత్పత్తికి సగటు వ్యయం ₹100.

#### 4. ఆదాయం మరియు లాభ గరిష్ఠీకరణ

సంస్థ లాభం:

$$\text{Profit } (\pi) = \text{TR} - \text{TC}$$

ఇక్కడ TR = మొత్తం ఆదాయం, TC = మొత్తం వ్యయం.

ఒక సంస్థ 500 యూనిట్లను ఒక్కోటి ₹100కు విక్రయిస్తే,

$$\text{TR} = P \times Q = 100 \times 500 = ₹50,000$$

మొత్తం వ్యయం ₹40,000 అయితే,

$$\pi = 50,000 - 40,000 = ₹10,000$$

అందువల్ల సంస్థకు ₹10,000 లాభం వస్తుంది.

లాభాన్ని గరిష్ఠం చేయడానికి సాధారణంగా:

$$\text{MR} = \text{MC}$$

అనే పరిస్థితిని పరిశీలిస్తారు. అంటే ఉపాంత ఆదాయం, ఉపాంత వ్యయానికి సమానమయ్యే స్థాయిలో ఉత్పత్తి పరిమాణాన్ని నిర్ణయించడం ద్వారా లాభాన్ని గరిష్ఠం చేయవచ్చు.

#### 5. వినియోగదారుల నిర్ణయాలతో గణితం

వినియోగదారుని ఆదాయం పరిమితంగా ఉంటుంది. అందువల్ల తన ఆదాయాన్ని వివిధ వస్తువులపై ఎలా ఖర్చు చేయాలో నిర్ణయించుకోవాలి.

రెండు వస్తువులు X మరియు Y ఉన్నప్పుడు బడ్జెట్ సమీకరణం:

$$M = P \times X + P \times Y$$

ఉదాహరణకు వినియోగదారుని నెలవారీ ఆదాయం ₹1,000.

X ధర ₹ 20, Y ధర ₹ 10 అయితే,

$$1000 = 20X + 10Y$$

ఈ సమీకరణం వినియోగదారుని కొనుగోలు సామర్థ్యాన్ని చూపిస్తుంది.

### 6. జాతీయ ఆదాయం మరియు GDP

దేశ ఆర్థిక కార్యకలాపాలను కొలవడానికి జాతీయ ఆదాయం, స్థూల దేశీయోత్పత్తి (GDP) వంటి సూచికలను ఉపయోగిస్తారు.

వ్యయ పద్ధతిలో:

$$GDP = C + I + G + (X - M)$$

ఇక్కడ

C = వినియోగ వ్యయం,

I = పెట్టుబడి వ్యయం,

G = ప్రభుత్వ వ్యయం,

X = ఎగుమతులు,

M = దిగుమతులు.

ఉదాహరణకు

C = ₹500 కోట్లు,

I = ₹200 కోట్లు,

G = ₹150 కోట్లు,

X = ₹100 కోట్లు,

M = ₹50 కోట్లు అయితే,

$$GDP = 500 + 200 + 150 + (100 - 50)$$

$$GDP = ₹900 \text{ కోట్లు}$$

### 7. ఆర్థిక వృద్ధి మరియు చక్రవర్తి

ఆర్థిక వృద్ధిని అర్థం చేసుకోవడానికి ఘాతాంక గణితాన్ని ఉపయోగిస్తారు.

ఒక దేశ ఆదాయం ప్రతి సంవత్సరం 5% చొప్పున పెరుగుతుందని అనుకుందాం. ప్రస్తుత ఆదాయం ₹1,000 కోట్లు అయితే, n సంవత్సరాల తరువాత ఆదాయం:

$$Y_n = Y_0(1 + g)^n$$

**5 సంవత్సరాల తరువాత:**

$$Y_5 = 1000(1.05)^5$$

ఈ విధమైన గణనల ద్వారా భవిష్యత్ ఆర్థిక వృద్ధిని అంచనా వేయవచ్చు.

**8. నిరుద్యోగం మరియు ద్రవ్యోల్బణం**

**నిరుద్యోగిత రేటు:**

$$\text{Unemployment Rate} = (\text{Unemployed Labour Force} / \text{Labour Force}) \times 100$$

శ్రామిక శక్తి 10 లక్షలు, నిరుద్యోగులు 50,000 మంది అయితే,

$$\text{నిరుద్యోగిత రేటు} = (50,000/10,00,000) \times 100 = 5\%$$

ద్రవ్యోల్బణ రేటును కూడా గణిత సూత్రంతో అంచనా వేయవచ్చు:

$$\text{Inflation Rate } R [(CPI_t - CPI_{t-1})/CPI_{t-1}] \times 100$$

దీని ద్వారా ధరల సాధారణ స్థాయి ఎంత వేగంగా పెరుగుతోందో తెలుసుకోవచ్చు.

**9. గణాంకాలు మరియు ఆర్థిక అంచనాలు**

గత ఆర్థిక సమాచారాన్ని ఆధారంగా చేసుకుని భవిష్యత్ పరిణామాలను అంచనా వేయడానికి గణాంకశాస్త్రం, సంభావ్యత మరియు రిగ్రెషన్ విశ్లేషణ ఉపయోగపడతాయి.

ఉదాహరణకు,

$$Q = a + bP$$

అనే సమీకరణంలో ధర (P) ఆధారంగా డిమాండ్ (Q)ను అంచనా వేయవచ్చు. మార్కెట్ డేటాను ఉపయోగించి a, b విలువలను గణాంక పద్ధతులతో కనుగొనవచ్చు.

దీని ద్వారా వ్యాపార సంస్థలు భవిష్యత్ విక్రయాలను అంచనా వేసి ఉత్పత్తి, నిల్వలు మరియు పెట్టుబడులపై నిర్ణయాలు తీసుకోవచ్చు.

#### ముగింపు:

ఆర్థికశాస్త్రం మరియు గణితశాస్త్రం పరస్పరం బలంగా అనుసంధానమై ఉన్నాయి. డిమాండ్, సరఫరా, ధర నిర్ణయం, స్థితిస్థాపకత, ఉత్పత్తి, వ్యయం, లాభం, వినియోగం, జాతీయ ఆదాయం, GDP, ఆర్థిక వృద్ధి, నిరుద్యోగం మరియు ద్రవ్యోల్బణం వంటి అనేక అంశాలను గణిత పద్ధతులతో స్పష్టంగా విశ్లేషించవచ్చు.

గణిత సమీకరణాలు ఆర్థిక సంబంధాలను సంక్షిప్తంగా, ఖచ్చితంగా వ్యక్తీకరించడమే కాకుండా భవిష్యత్ పరిస్థితులను అంచనా వేయడానికి కూడా సహాయపడతాయి. ఆధునిక ఆర్థిక వ్యవస్థలో గణితశాస్త్రం, గణాంకశాస్త్రం మరియు కంప్యూటర్ ఆధారిత నమూనాల ప్రాముఖ్యత మరింత పెరిగింది.

అందువల్ల “ఆర్థికశాస్త్రానికి గణితశాస్త్రం ఒక విశ్లేషణాత్మక సాధనం” అని చెప్పవచ్చు. సరైన గణిత పద్ధతులను ఉపయోగించడం ద్వారా వ్యక్తులు, సంస్థలు మరియు ప్రభుత్వాలు పరిమిత వనరులను సమర్థవంతంగా వినియోగించి మెరుగైన ఆర్థిక నిర్ణయాలు తీసుకోగలుగుతాయి.

## ఒక మంచి గణిత పుస్తకం

పుస్తకం పేరు: Mathematical Circles

రచయితలు: D. Fomin, S. Genkin & I. Itenberg

పరిచయం: B. SINDHURA, IIT HYDERABAD

గణితం అంటే కేవలం సూత్రాలు, సమీకరణాలు, లెక్కలు మాత్రమే కాదు. మన చుట్టూ ఉన్న ప్రపంచాన్ని అర్థం చేసుకోవడానికి, తార్కికంగా ఆలోచించడానికి, సమస్యలను సృజనాత్మకంగా పరిష్కరించడానికి గణితం ఎంతో ఉపయోగపడుతుంది. ఈ విషయాన్ని ఆసక్తికరంగా పరిచయం చేసే పుస్తకాలలో Mathematical Circles ఒకటి.

ఈ పుస్తకంలో సాధారణంగా కనిపించే రొటీన్ సమస్యలకంటే భిన్నంగా, విద్యార్థులను ఆలోచింపజేసే, అన్వేషింపజేసే, కొత్త మార్గాల్లో పరిష్కారం కనుగొనేలా చేసే అనేక ఆసక్తికరమైన గణిత సమస్యలు ఉన్నాయి.

**పుస్తకంలోని విషయాలు**

**ఈ పుస్తకంలో ప్రధానంగా:**

- ★ బీజగణితం (Algebra)
- ★ జ్యామితి (Geometry)
- ★ సంఖ్యా సిద్ధాంతం (Number Theory)
- ★ కాంబినేటరిక్స్ (Combinatorics)
- ★ తార్కిక ఆలోచనా విధానాలు
- ★ ఒలింపియాడ్ స్థాయి సమస్యలు
- ★ సమస్యలను పరిష్కరించే వినూత్న పద్ధతులు వంటి అంశాలను ఆసక్తికరమైన సమస్యల ద్వారా పరిచయం చేస్తారు.

ఈ పుస్తకం ప్రత్యేకత ఏమిటంటే, “సమాధానం ఏమిటి?” అనే ప్రశ్నకంటే “ఆ సమాధానాన్ని ఎలా కనుగొనాలి?” అనే ఆలోచనకు ఎక్కువ ప్రాధాన్యం ఇస్తుంది. అందువల్ల గణితంపై ఆసక్తి ఉన్న విద్యార్థులకు ఇది ఎంతో ఉపయోగకరంగా ఉంటుంది.

JEE, Mathematics Olympiad వంటి పోటీ పరీక్షలకు సిద్ధమయ్యే విద్యార్థులకు కూడా ఇటువంటి సమస్యల సాధన మంచి తార్కిక ఆలోచనా సామర్థ్యాన్ని పెంపొందించడంలో సహాయపడుతుంది. మంచి గణిత పుస్తకంలో విద్యార్థులను అన్వేషణ వైపు నడిపించే ప్రశ్నలు ఉండటం ముఖ్యమని విద్యా వనరులు కూడా సూచిస్తున్నాయి.

### నా అభిప్రాయం

నాకు ఈ పుస్తకంలో నచ్చిన అంశం గణితాన్ని ఒక భారమైన విషయంగా కాకుండా, ఒక ఆసక్తికరమైన ఆలోచనా ప్రపంచంగా చూపించడం. ఒక సమస్యను పరిష్కరించడానికి ప్రయత్నిస్తున్నప్పుడు మనలో సహనం, పరిశీలనా శక్తి, తార్కికత, సృజనాత్మకత పెరుగుతాయి.

అందుకే గణితాన్ని ఇష్టపడే ప్రతి విద్యార్థి కనీసం ఒకసారి ఇలాంటి పుస్తకాన్ని చదవాలి. గణితం నేర్చుకోవడం అంటే కేవలం లెక్కలు చేయడం కాదు; ఆలోచించడం నేర్చుకోవడం.

## ఆల్బర్ట్ ఐన్స్టీన్ జీవితంలోని ఆసక్తికరమైన సంఘటనలు

రచయిత : M. Srinivasan,  
Chennai

ప్రపంచ ప్రసిద్ధ శాస్త్రవేత్త ఆల్బర్ట్ ఐన్స్టీన్ పేరు వినగానే మనకు సాపేక్ష సిద్ధాంతం,  $ERmc^2$  వంటి గొప్ప శాస్త్రీయ అవిష్కరణలు గుర్తుకు వస్తాయి. అయితే ఆయన జీవితం కేవలం శాస్త్ర పరిశోధనలకే పరిమితం కాలేదు. ఆయన వ్యక్తిత్వంలో సరదా, వినయం, స్వతంత్ర ఆలోచన, మానవత్వం వంటి ఎన్నో ప్రత్యేక లక్షణాలు కనిపిస్తాయి. ఆయన జీవితంలోని కొన్ని ఆసక్తికరమైన సంఘటనలు మనకు ఎంతో ప్రేరణను అందిస్తాయి.

ఐన్స్టీన్ చిన్నతనంలోనే సాధారణ పద్ధతిలో కాకుండా, విషయాలను లోతుగా ఆలోచించే స్వభావం కలిగి ఉండేవారు. చిన్న వయసులోనే ఒక దిక్కుచి ఆయనను ఎంతగానో ఆకర్షించింది. సూది ఎటు తిరిగినా దాని వెనుక కనిపించని శక్తి పనిచేస్తోందని ఆయన గ్రహించారు. ఈ సంఘటన ప్రకృతి రహస్యాలను తెలుసుకోవాలనే ఆసక్తిని ఆయనలో పెంచిందని చెప్పబడుతుంది.

పాఠశాలలో కూడా ఐన్స్టీన్ అందరిలా ఉండేవారు కాదు. కంఠస్థం చేయడం కంటే విషయాన్ని అర్థం చేసుకోవడానికే ఆయన ఎక్కువ ప్రాధాన్యత ఇచ్చేవారు. ప్రశ్నలకు స్వయంగా సమాధానాలు వెతకడం ఆయనకు అలవాటు. ఈ స్వతంత్ర ఆలోచనా విధానమే తరువాత ఆయనను ప్రపంచంలోని గొప్ప శాస్త్రవేత్తలలో ఒకరిగా నిలిపింది.

ఐన్స్టీన్ కు వయోలిన్ అంటే ఎంతో ఇష్టం. శాస్త్రీయ ఆలోచనలతో అలసిపోయినప్పుడు ఆయన వయోలిన్ వాయిస్తూ విశ్రాంతి పొందేవారు. సంగీతం తన ఆలోచనలను క్రమబద్ధీకరించడానికి సహాయపడుతుందని

ఆయన భావించేవారు. శాస్త్రం, సంగీతం రెండూ సృజనాత్మకతకు సంబంధించినవేనని ఆయన జీవితం సూచిస్తుంది.

ఒకసారి ఐన్‌స్టీన్‌ను గణితంలో ఎంతో గొప్పవాడని పొగడినప్పుడు, ఆయన వినయంగా స్పందించినట్లు అనేక కథనాలు చెబుతాయి. తనకు అన్నీ తెలుసని భావించకుండా, నిరంతరం నేర్చుకోవాలనే తపన ఆయనలో ఉండేది. నిజమైన మేధావి తనకు తెలియనివి ఇంకా ఎన్నో ఉన్నాయని అంగీకరించగలడనే సందేశాన్ని ఆయన వ్యక్తిత్వం మనకు అందిస్తుంది.

ఐన్‌స్టీన్ హాస్యప్రియుడు కూడా. ఆయన చిందరవందరగా ఉండే జుట్టు, సాధారణ దుస్తులు, చెప్పులు వంటి రూపంతో ప్రపంచవ్యాప్తంగా ప్రత్యేక గుర్తింపు పొందారు. ఒకసారి తన ప్రసిద్ధ సమీకరణాన్ని సరదాగా వివరిస్తూ, “మనిషికి తన తలలో ఉన్నదే అసలు సంపద” అనే భావనను వ్యక్తం చేశారు. ఆయనకు పేరు, హోదా కంటే జ్ఞానం మరియు ఆలోచనా స్వేచ్ఛ ముఖ్యమైనవి.

ఐన్‌స్టీన్ జీవితంలో అత్యంత ముఖ్యమైన సందేశం-ప్రశ్నించే ధైర్యం. “ఎందుకు?”, “ఎలా?” అనే ప్రశ్నలు వేయడం ద్వారా మనిషి కొత్త విషయాలను కనుగొనగలడు. ఆయన గొప్ప సిద్ధాంతాలు కేవలం అపారమైన జ్ఞానం వల్లనే కాకుండా, సాధారణ విషయాలను కూడా అసాధారణమైన కోణంలో చూడగలిగిన సృజనాత్మకత వల్ల వెలుగులోకి వచ్చాయి.

అల్బర్ట్ ఐన్‌స్టీన్ జీవితం మనకు ఒక గొప్ప పాఠాన్ని చెబుతుంది: విజయానికి కేవలం తెలివితేటలు సరిపోవు. ఆసక్తి, ప్రశ్నించే స్వభావం, నిరంతర అధ్యయనం, సృజనాత్మక ఆలోచన, వినయం కూడా అవసరం. అందుకే ఐన్‌స్టీన్ ఒక గొప్ప శాస్త్రవేత్తగానే కాకుండా, తరతరాలకు స్ఫూర్తినిచ్చే మహనీయుడిగా నిలిచిపోయారు.

## డేటా సైన్స్ - ఆధునిక ప్రపంచానికి మార్గదర్శక శాస్త్రం

రచయిత : M. Yeswanth,  
IIT Hyderabad

ప్రస్తుత డిజిటల్ యుగంలో “డేటా” అత్యంత విలువైన వనరుగా మారింది. మనం ప్రతిరోజూ మొబైల్ ఫోన్లు, సోషల్ మీడియా, ఆన్‌లైన్ షాపింగ్, బ్యాంకింగ్, విద్య, ఆరోగ్య సేవలు వంటి అనేక మార్గాల ద్వారా భారీ మొత్తంలో సమాచారాన్ని సృష్టిస్తున్నాం. ఈ సమాచారాన్ని సేకరించి, విశ్లేషించి, దాని నుంచి ఉపయోగకరమైన నిర్ణయాలు మరియు భవిష్యత్ అంచనాలను రూపొందించే శాస్త్రమే డేటా సైన్స్ (Data Science).

డేటా సైన్స్ అనేది గణితశాస్త్రం, గణాంకశాస్త్రం, కంప్యూటర్ సైన్స్, కృత్రిమ మేధస్సు (AI), మెషిన్ లెర్నింగ్ (Machine Learning) వంటి అనేక రంగాల సమ్మేళనం. పెద్ద మొత్తంలో ఉన్న డేటాలో దాగి ఉన్న నమూనాలు, సంబంధాలు, ధోరణులను గుర్తించడం దీని ప్రధాన లక్ష్యం.

డేటా సైన్స్‌లో మొదటి దశ డేటా సేకరణ. సెన్సార్లు, వెబ్‌సైట్లు, మొబైల్ అప్లికేషన్లు, సర్వేలు, సంస్థల రికార్డులు వంటి వివిధ వనరుల నుంచి డేటాను సేకరిస్తారు. ఆ తరువాత డేటాలో ఉన్న తప్పులు, ఖాళీలు, పునరావృత అంశాలను తొలగించి, విశ్లేషణకు అనుకూలంగా మార్చే ప్రక్రియను డేటా క్లీనింగ్ అంటారు.

తరువాత డేటా విశ్లేషణ జరుగుతుంది. ఇందులో వివిధ గణాంక పద్ధతులను ఉపయోగించి డేటాలోని ముఖ్యమైన విషయాలను గుర్తిస్తారు. ఉదాహరణకు, విద్యార్థుల చదువు సమయం మరియు పరీక్ష మార్కుల మధ్య సంబంధాన్ని విశ్లేషించవచ్చు.

డేటా సైన్స్ లో మెషిన్ లెర్నింగ్ ఒక ముఖ్యమైన భాగం. గత డేటాను ఉపయోగించి కంప్యూటర్ కు శిక్షణ ఇవ్వడం ద్వారా, కొత్త పరిస్థితులపై అంచనాలు చేయవచ్చు. ఉదాహరణకు, గత సంవత్సరాల ఇళ్ల ధరల ఆధారంగా భవిష్యత్తులో ఒక ఇంటి ధరను అంచనా వేయవచ్చు.

వ్యాపార రంగంలో కస్టమర్ల కొనుగోలు అలవాట్లను విశ్లేషించి, వారికి నచ్చే ఉత్పత్తులను సూచించడానికి డేటా సైన్స్ ఉపయోగపడుతుంది. బ్యాంకింగ్ రంగంలో మోసపూరిత లావాదేవీలను గుర్తించడంలో, వైద్య రంగంలో వ్యాధుల ప్రమాదాన్ని ముందుగానే అంచనా వేయడంలో ఇది సహాయపడుతుంది. వ్యవసాయంలో వాతావరణం, నేల లక్షణాలు, పంట దిగుబడి వంటి సమాచారాన్ని విశ్లేషించి రైతులకు మెరుగైన నిర్ణయాలు తీసుకోవడంలో సహకరించవచ్చు.

ప్రభుత్వ పాలనలో కూడా డేటా సైన్స్ కు ఎంతో ప్రాధాన్యం ఉంది. జనాభా, ఆరోగ్యం, విద్య, రవాణా, వ్యవసాయం వంటి రంగాలకు సంబంధించిన డేటాను విశ్లేషించడం ద్వారా ప్రజలకు మెరుగైన సేవలను అందించవచ్చు.

అయితే డేటా సైన్స్ తో పాటు డేటా గోప్యత, భద్రత, నైతికత వంటి అంశాలపై కూడా శ్రద్ధ అవసరం. వ్యక్తిగత సమాచారాన్ని అనుమతి లేకుండా ఉపయోగించకూడదు. డేటా ఆధారంగా తీసుకునే నిర్ణయాలు న్యాయంగా, పారదర్శకంగా ఉండాలి.

మొత్తంగా, డేటా సైన్స్ అనేది కేవలం కంప్యూటర్ ప్రోగ్రామింగ్ కు పరిమితమైన రంగం కాదు. ఇది డేటాను జ్ఞానంగా, జ్ఞానాన్ని నిర్ణయంగా, నిర్ణయాన్ని అభివృద్ధిగా మార్చే శక్తివంతమైన శాస్త్రం. భవిష్యత్తులో దాదాపు ప్రతి రంగంలో డేటా సైన్స్ ప్రాధాన్యం మరింత పెరుగుతుంది.

## OLYMPIAD CORNER

Author: P. SIREESHA, BANGALORE

సమస్య - 1

ఒక ధన పూర్ణాంకం  $n$ కి,  $n^2 + n + 1$  అనే సంఖ్య 7తో భాగించబడుతుంది. అయితే  $n$ ని 7తో భాగించినప్పుడు వచ్చే శేషం ఏమిటి?

పరిష్కారం:

$$n^2 + n + 1 \equiv 0 \pmod{7}$$

$n = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ లను పరిశీలిద్దాం.

$$n = 0 \Rightarrow 1 \not\equiv 0 \pmod{7}$$

$$n = 1 \Rightarrow 3 \not\equiv 0 \pmod{7}$$

$$n = 2 \Rightarrow 4 + 2 + 1 = 7 \equiv 0 \pmod{7}$$

$$n = 3 \Rightarrow 9 + 3 + 1 = 13 \not\equiv 0 \pmod{7}$$

$$n = 4 \Rightarrow 16 + 4 + 1 = 21 \equiv 0 \pmod{7}$$

$$n = 5 \Rightarrow 31 \not\equiv 0 \pmod{7}$$

$$n = 6 \Rightarrow 43 \not\equiv 0 \pmod{7}$$

కాబట్టి,  $n \equiv 2$  లేదా  $4 \pmod{7}$

జవాబు: 2 లేదా 4

సమస్య - 2

ఒక త్రిభుజంలోని కోణాలు  $A, B, C$ .  $A + B + C = 180^\circ$  మరియు  $\sin A = \sin B$ . అయితే  $A = B$  లేదా  $A + B = 180^\circ$  అని నిరూపించండి.

పరిష్కారం: మనకు,  $\sin A = \sin B$  అని ఇచ్చారు.

$0^\circ < A, B < 180^\circ$  కాబట్టి,  $\sin A = \sin B$  అయినప్పుడు రెండు అవకాశాలు ఉంటాయి:

$$1) A = B \quad \text{లేదా} \quad 2) A + B = 180^\circ$$

అందువల్ల,  $A = B$  లేదా  $A + B = 180^\circ$  అని నిరూపించబడింది.

జవాబు:  $A = B$  లేదా  $A + B = 180^\circ$

**సమస్య - 3**

1 నుండి 100 వరకు ఉన్న పూర్ణాంకాలలో 3తో గానీ, 5తో గానీ భాగించబడని సంఖ్యలు ఎన్ని?

పరిష్కారం: 1 నుండి 100 వరకు మొత్తం సంఖ్యలు = 100

3తో భాగించబడే సంఖ్యలు:

$$[100 \div 3] = 33$$

5తో భాగించబడే సంఖ్యలు:

$$[100 \div 5] = 20$$

15తో భాగించబడే సంఖ్యలు రెండుసార్లు లెక్కించబడ్డాయి.

$$[100 \div 15] = 6$$

కాబట్టి 3 లేదా 5తో భాగించబడే సంఖ్యలు:

$$33 + 20 - 6 = 47$$

అందువల్ల 3 లేదా 5తో భాగించబడని సంఖ్యలు:

$$100 - 47 = 53$$

జవాబు: 53

**సమస్య - 4**

ఒక సంఖ్య  $n$ కి,  $n + 1/n = 3$  అయితే,  $n^5 + 1/n^5$  విలువను కనుగొనండి.

పరిష్కారం:

ఇచ్చినది:

$$n + 1/n = 3$$

రెండు వైపులా వర్గం చేస్తే,

$$n^2 + 2 + 1/n^2 = 9$$

కాబట్టి,

$$n^2 + 1/n^2 = 7$$

$$\begin{aligned} &\text{ఇప్పుడు, } n^3 + 1/n^3 \\ &= (n + 1/n)(n^2 + 1/n^2 - 1) \\ &= 3(7 - 1) = 18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\text{ఇప్పుడు,} \\ &n^5 + 1/n^5 \\ &= (n^2 + 1/n^2)(n^3 + 1/n^3) - (n + 1/n) \\ &= 7 \times 18 - 3 \\ &= 126 - 3 = 123 \end{aligned}$$

జవాబు: 123

సమస్య - 5

$8 \times 8$  చదరంగపు బల్లలో మొత్తం ఎన్ని చతురస్రాలు ఉన్నాయి?

పరిష్కారం:

$$\begin{aligned} 1 \times 1 \text{ చతురస్రాలు} &= 8^2 = 64 \\ 2 \times 2 \text{ చతురస్రాలు} &= 7^2 = 49 \\ 3 \times 3 \text{ చతురస్రాలు} &= 6^2 = 36 \\ 4 \times 4 \text{ చతురస్రాలు} &= 5^2 = 25 \\ 5 \times 5 \text{ చతురస్రాలు} &= 4^2 = 16 \\ 6 \times 6 \text{ చతురస్రాలు} &= 3^2 = 9 \\ 7 \times 7 \text{ చతురస్రాలు} &= 2^2 = 4 \\ 8 \times 8 \text{ చతురస్రాలు} &= 1^2 = 1 \end{aligned}$$

అందువల్ల మొత్తం చతురస్రాలు:

$$\begin{aligned} &64 + 49 + 36 + 25 + 16 + 9 + 4 + 1 = 204 \\ &\text{లేదా, } 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 8^2 \\ &= 8 \times 9 \times 17 \div 6 \\ &= 204 \end{aligned}$$

జవాబు: 204

## గణిత చరిత్రలో సున్నా (Zero) ఆవిష్కరణ - ఒక మహత్తర మైలురాయి

**AUTHOR: B. MANI CHANDAN SARMA**  
**IV Yr B.Tech, Challapalli, AP**

గణితశాస్త్ర చరిత్రలో “సున్నా” లేదా “Zero” ఆవిష్కరణ ఒక అత్యంత గొప్ప మైలురాయిగా పరిగణించబడుతుంది. నేడు మనం సున్నాను ఒక సాధారణ సంఖ్యగా భావిస్తున్నప్పటికీ, అది గణితశాస్త్ర అభివృద్ధిలో విప్లవాత్మకమైన మార్పును తీసుకువచ్చింది. సున్నా లేకుండా ఆధునిక గణితం, విజ్ఞానం, ఇంజనీరింగ్, కంప్యూటర్ సైన్స్ వంటి రంగాల అభివృద్ధిని ఊహించడం చాలా కష్టం.

ప్రాచీన కాలంలో అనేక నాగరికతలు సంఖ్యలను ఉపయోగించేవి. ముఖ్యంగా బాబిలోనియన్లు స్థాన విలువ (place value) పద్ధతిలో ఖాళీ స్థానాన్ని సూచించడానికి ఒక ప్రత్యేక గుర్తును ఉపయోగించారు. అయితే దానిని పూర్తిస్థాయి సంఖ్యగా పరిగణించలేదు. భారతదేశంలో సున్నా భావన క్రమంగా అభివృద్ధి చెంది, గణితంలో ప్రత్యేక సంఖ్యగా స్థానం సంపాదించింది.

భారతీయ గణిత శాస్త్రవేత్తలు సున్నా అభివృద్ధిలో కీలక పాత్ర పోషించారు. ముఖ్యంగా 7వ శతాబ్దానికి చెందిన ప్రముఖ గణిత శాస్త్రవేత్త బ్రహ్మగుప్తుడు సున్నా గురించి స్పష్టమైన గణిత నియమాలను వివరించాడు. క్రీస్తుశకం 628లో రచించిన బ్రహ్మస్ఫుటసిద్ధాంతం అనే గ్రంథంలో సున్నాను ఒక సంఖ్యగా పరిగణించి, సున్నాతో కూడిన కూడిక, తీసివేత మరియు ఇతర గణిత చర్యలకు సంబంధించిన నియమాలను వివరించాడు. ఈ

ఆలోచనలు తరువాత అరబ్ ప్రపంచానికి, అక్కడి నుంచి యూరప్‌కు వ్యాపించాయి.

సున్నా యొక్క గొప్ప ప్రాముఖ్యత స్థాన విలువ పద్ధతిలో కనిపిస్తుంది. ఉదాహరణకు 10, 100, 1000 వంటి సంఖ్యల్లో సున్నా స్థానాన్ని సూచించడమే కాకుండా, సంఖ్య విలువను పూర్తిగా మార్చగలదు. 1, 10, 100 అనే సంఖ్యల్లో సున్నా స్థానాన్ని బట్టి సంఖ్య విలువ పది రెట్లు పెరుగుతుంది. ఈ విధానం పెద్ద సంఖ్యలను సులభంగా రాయడానికి మరియు లెక్కించడానికి ఎంతో ఉపయోగపడింది.

తరువాత భారతీయ అంకెలు అరబ్ గణిత శాస్త్రవేత్తల ద్వారా పాశ్చాత్య దేశాలకు చేరాయి. అందుకే నేడు మనం ఉపయోగించే 0 నుంచి 9 వరకు అంకెలను సాధారణంగా Hindu-Arabic numeral system అని పిలుస్తాము. సున్నా అభివృద్ధి వల్ల దశాంశ పద్ధతి మరింత సమర్థవంతంగా మారింది.

ఆధునిక కాలంలో సున్నా ప్రాముఖ్యత మరింత పెరిగింది. బీజగణితం, కాల్యులస్, భౌతికశాస్త్రం, ఇంజనీరింగ్, కంప్యూటర్ సైన్స్ మరియు డిజిటల్ టెక్నాలజీలలో సున్నా కీలక పాత్ర పోషిస్తోంది. కంప్యూటర్లలో 0 మరియు 1 ఆధారంగా పనిచేసే బైనరీ సంఖ్యా విధానం మొత్తం డిజిటల్ ప్రపంచానికి పునాది.

అందువల్ల సున్నా కేవలం “ఏమీ లేదు” అనే భావనకు ప్రతీక మాత్రమే కాదు; అది ఆధునిక గణిత ప్రపంచానికి పునాది వేసిన అద్భుతమైన ఆవిష్కరణ. భారతీయ గణిత మేధస్సు ప్రపంచానికి అందించిన గొప్ప జ్ఞాన సంపదలో సున్నా ఒక అమూల్యమైన కానుకగా నిలిచిపోయింది.

## గణిత చిహ్నాలు - గణిత భాషకు సంకేతాలు

AUTHOR: K. RAMA CHANDRA, X CLASS,  
KADAPA

గణితం అనేది సంఖ్యలు, ఆకారాలు, పరిమాణాలు మరియు వాటి మధ్య సంబంధాలను అధ్యయనం చేసే శాస్త్రం. గణితాన్ని సులభంగా, సంక్షిప్తంగా మరియు స్పష్టంగా వ్యక్తీకరించడానికి అనేక ప్రత్యేకమైన చిహ్నాలను ఉపయోగిస్తాము. ఈ చిహ్నాలను గణిత చిహ్నాలు అంటారు. ప్రపంచవ్యాప్తంగా గణిత శాస్త్రవేత్తలు ఒకే విధమైన చిహ్నాలను ఉపయోగించడం వల్ల గణితానికి ఒక విశ్వవ్యాప్త భాష ఏర్పడింది.

అత్యంత ప్రాథమికమైన గణిత చిహ్నాలలో + (కూడిక), - (తీసివేత),  $\times$  (గుణకారం) మరియు  $\div$  (భాగహారం) ముఖ్యమైనవి. ఉదాహరణకు,  $5 + 3 = 8$  అంటే ఐదుకు మూడును కలిపితే ఎనిమిది వస్తుందని అర్థం. అలాగే  $9 - 4 = 5$ ,  $6 \times 2 = 12$  మరియు  $12 \div 3 = 4$  వంటి ఉదాహరణలలో ఈ చిహ్నాలు ఉపయోగించబడతాయి.

= (సమానం) అనే చిహ్నం రెండు పరిమాణాలు సమానంగా ఉన్నాయని తెలియజేస్తుంది. దీనికి విరుద్ధంగా  $\neq$  (సమానం కాదు) అనే చిహ్నం రెండు పరిమాణాలు సమానం కావని సూచిస్తుంది.  $<$  (కంటే తక్కువ) మరియు  $>$  (కంటే ఎక్కువ) చిహ్నాలు రెండు సంఖ్యలను పోల్చడానికి ఉపయోగిస్తాము.  $\leq$  మరియు  $\geq$  చిహ్నాలు వరుసగా “తక్కువ లేదా సమానం”, “ఎక్కువ లేదా సమానం” అనే అర్థాలను ఇస్తాయి.

గణితంలో  $\sqrt{\quad}$  (వర్గమూలం),  $\sqrt[3]{\quad}$  (ఘనమూలం) వంటి చిహ్నాలు కూడా ముఖ్యమైనవి. ఉదాహరణకు  $\sqrt{25} = 5$ . % (శాతం) చిహ్నం వందలో ఒక భాగాన్ని సూచిస్తుంది.  $\infty$  (అనంతం) అనేది అంతం లేని లేదా పరిమితి లేని పరిమాణాన్ని సూచిస్తుంది.

వృత్తాలకు సంబంధించిన గణితంలో  $\pi$  (పై) అనే చిహ్నానికి ప్రత్యేక ప్రాధాన్యత ఉంది. ఇది వృత్తం చుట్టుకొలతను దాని వ్యాసంతో భాగించినప్పుడు

వచ్చే స్థిరమైన విలువ. దీని విలువ సుమారుగా 3.14159. వృత్తాల వైశాల్యం మరియు చుట్టుకొలతను కనుగొనడంలో  $\pi$  ఉపయోగపడుతుంది.

సమితుల (Sets) అధ్యయనంలో  $\in, \notin, \cup, \cap, \emptyset$  వంటి చిహ్నాలను ఉపయోగిస్తారు.  $\in$  ఒక సంఖ్య లేదా వస్తువు ఒక సమితిలో ఉందని సూచిస్తుంది.  $\cup$  రెండు సమితుల కలయికను,  $\cap$  రెండు సమితులలో ఉమ్మడిగా ఉన్న అంశాలను సూచిస్తుంది.  $\emptyset$  ఖాళీ సమితిని సూచిస్తుంది.

కాలిక్యులస్‌లో  $\sum$  (సిగ్మా),  $\int$  (ఇంటిగ్రల్) వంటి చిహ్నాలు ఎంతో ముఖ్యమైనవి.  $\sum$  అనేక సంఖ్యలను కలిపే ప్రక్రియను సంక్షిప్తంగా రాయడానికి ఉపయోగిస్తారు.  $\int$  అనే సమాకలన చిహ్నం. విస్తీర్ణం, పరిమాణం వంటి వాటిని కనుగొనడంలో ఉపయోగపడుతుంది.  $\Delta$  (డెల్టా) సాధారణంగా ఒక పరిమాణంలో వచ్చిన మార్పును సూచిస్తుంది.

జ్యామితిలో  $\angle$  కోణాన్ని,  $\perp$  లంబ రేఖలను,  $\parallel$  సమాంతర రేఖలను సూచించడానికి ఉపయోగిస్తారు. ఉదాహరణకు  $AB \perp CD$  అంటే  $AB$  మరియు  $CD$  రేఖలు పరస్పరం లంబంగా ఉన్నాయని అర్థం.  $AB \parallel CD$  అంటే అవి సమాంతర రేఖలు అని అర్థం.

ఇవే కాకుండా  $\alpha$  (ఆల్ఫా),  $\beta$  (బీటా),  $\theta$  (థీటా),  $\lambda$  (లాంబ్డా),  $\mu$  (మ్యూ),  $\sigma$  (సిగ్మా) వంటి గ్రీకు అక్షరాలను కూడా గణితంలో విస్తృతంగా ఉపయోగిస్తారు. వీటిని కోణాలు, స్థిరాంకాలు, గణాంక పరిమాణాలు మరియు ఇతర గణిత అంశాలను సూచించడానికి ఉపయోగిస్తారు.

మొత్తంగా గణిత చిహ్నాలు గణితాన్ని సులభంగా అర్థం చేసుకోవడానికి మరియు సంక్షిప్తంగా రాయడానికి ఎంతో ఉపయోగపడతాయి. ఒక్కో చిహ్నానికి ఒక ప్రత్యేకమైన అర్థం ఉంటుంది. అందువల్ల గణితాన్ని నేర్చుకునే ప్రతి విద్యార్థి ముఖ్యమైన గణిత చిహ్నాలను తెలుసుకోవడం చాలా అవసరం. గణిత చిహ్నాలు కేవలం గుర్తులు మాత్రమే కాదు; అవి గణిత భాషను ప్రపంచవ్యాప్తంగా అందరికీ అర్థమయ్యేలా చేసే విశ్వవ్యాప్త సంకేతాలు.

## గణిత మేధావి శకుంతలా దేవి - భారతదేశపు “హ్యామన్ కంప్యూటర్”

రచయిత : P. ASRITHA  
XII CLASS, KHAMMAM

భారతదేశానికి ప్రపంచవ్యాప్తంగా గుర్తింపు తెచ్చిన గొప్ప గణిత మేధావుల్లో శకుంతలా దేవి ఒకరు. అత్యంత క్లిష్టమైన గణిత లెక్కలను కాగితం, పెన్ను లేదా కాలిక్యులేటర్ సహాయం లేకుండా కేవలం కొన్ని సెకన్లలోనే మనసులోనే పరిష్కరించే అసాధారణ ప్రతిభ ఆమె సొంతం. అందుకే ఆమెను ప్రపంచవ్యాప్తంగా “హ్యామన్ కంప్యూటర్” (మానవ కంప్యూటర్) అని పిలిచారు. ఆమె ప్రతిభ గణితంపై ఆసక్తిని పెంచడమే కాకుండా, మానవ మెదడు సామర్థ్యంపై ప్రపంచానికి కొత్త ఆలోచనను అందించింది.

శకుంతలా దేవి 1929 నవంబర్ 4న బెంగళూరులో జన్మించారు. ఆమె కుటుంబ ఆర్థిక పరిస్థితి అంతగా బాగాలేకపోయినా, చిన్న వయస్సులోనే ఆమె అసాధారణ జ్ఞాపకశక్తి, సంఖ్యలను గుర్తించే సామర్థ్యాన్ని ప్రదర్శించారు. ఆమె తండ్రి ఒక సర్క్యస్‌లో పనిచేసేవారు. ఒకసారి కార్డులు ఆడుతున్న నమయంలో చిన్నారి శకుంతల సంఖ్యలను ఎంతో సులభంగా గుర్తుపెట్టుకోవడం ఆయన గమనించారు. అప్పుడే ఆమెకు అసాధారణమైన గణిత ప్రతిభ ఉందని గుర్తించారు.

చిన్న వయస్సులోనే శకుంతలా దేవి తన గణిత ప్రతిభను ప్రజల ముందు ప్రదర్శించడం ప్రారంభించారు. సుమారు ఆరేళ్ల వయస్సులోనే మైసూరు విశ్వవిద్యాలయంలో తన ప్రతిభను ప్రదర్శించారు. ఆ తరువాత భారతదేశంలోని అనేక ప్రాంతాల్లో ప్రదర్శనలు ఇచ్చారు. క్రమంగా ఆమె ప్రతిభ ప్రపంచవ్యాప్తంగా ప్రసిద్ధి చెందింది. విశ్వవిద్యాలయాలు, టెలివిజన్ కార్యక్రమాలు, వివిధ అంతర్జాతీయ వేదికలపై ఆమె తన అద్భుతమైన మానసిక లెక్కల సామర్థ్యాన్ని ప్రదర్శించారు.

ఆమె జీవితంలో అత్యంత ప్రసిద్ధమైన సంఘటన 1980లో లండన్‌లోని ఇంపీరియల్ కాలేజీలో జరిగింది. అక్కడ ఆమె రెండు పదమూడు అంకెల సంఖ్యలను కేవలం 28 సెకన్లలో మానసికంగా గుణించి సమాధానం చెప్పారు. ఈ అద్భుతమైన ప్రదర్శన ఆమెకు ప్రపంచవ్యాప్త ఖ్యాతిని తెచ్చిపెట్టింది. ఆమె పేరు గిన్నిస్ బుక్ ఆఫ్ వరల్డ్ రికార్డ్స్‌లో కూడా నమోదైంది.

శకుంతలా దేవి కేవలం మానసిక గణితంలోనే కాకుండా రచయిత్రిగా కూడా తన ప్రతిభను చాటుకున్నారు. గణితం, పజిల్స్, జ్యోతిష్యం, మానవ సంబంధాలు వంటి అనేక అంశాలపై ఆమె పుస్తకాలు రచించారు. “Figuring: The Joy of Numbers” వంటి రచనల ద్వారా గణితం కేవలం కఠినమైన విషయం కాదని, ఆసక్తికరమైన మరియు ఆనందాన్ని కలిగించే విషయమని ప్రజలకు తెలియజేశారు.

పిల్లల్లో గణితం పట్ల ఉన్న భయాన్ని తొలగించడంలో కూడా ఆమె ఎంతో కృషి చేశారు. కుతూహలం, సాధన, ఏకాగ్రత, ఆత్మవిశ్వాసం ఉంటే గణితాన్ని సులభంగా అర్థం చేసుకోవచ్చని ఆమె నమ్మారు. ఆమె ప్రదర్శనలు అనేక మంది విద్యార్థుల్లో గణితంపై ఆసక్తిని పెంచాయి.

శకుంతలా దేవి 2013 ఏప్రిల్ 21న బెంగళూరులో 83 సంవత్సరాల వయస్సులో మరణించారు. అయినప్పటికీ ఆమె ప్రతిభ, రచనలు, గణితాన్ని ప్రజలకు చేరువ చేయాలనే ప్రయత్నం నేటికీ స్ఫూర్తినిస్తూనే ఉన్నాయి. 2020లో ఆమె జీవితంపై రూపొందిన “Shakuntala Devi” సినిమా ద్వారా ఆమె కథ మరింత విస్తృతంగా కొత్త తరానికి పరిచయమైంది.

శకుంతలా దేవి జీవితం మనకు ఒక గొప్ప సందేశాన్ని అందిస్తుంది. మనలోని ప్రతిభను గుర్తించి, దానిని సాధనతో అభివృద్ధి చేస్తే అసాధ్యమనుకున్న పనులను కూడా సాధించవచ్చు. గణితం భయపడాల్సిన విషయం కాదని, అది ఆనందం, ఆసక్తి, సృజనాత్మకతకు నిలయమని ఆమె ప్రపంచానికి చూపించారు. భారతదేశపు “హ్యూమన్ కంప్యూటర్”గా శకుంతలా దేవి పేరు గణిత చరిత్రలో చిరస్థాయిగా నిలిచిపోతుంది.

## గణిత పజిల్స్ - తర్కానికి, సృజనాత్మకతకు సవాలు

రచయిత : S. KARTHIK, GAUHATI, ASSAM

గణితం కేవలం సంఖ్యలు, సూత్రాలు, లెక్కలు మాత్రమే కాదు. మన ఆలోచనా శక్తిని, తార్కిక సామర్థ్యాన్ని, సమస్య పరిష్కార నైపుణ్యాన్ని పెంపొందించే అద్భుతమైన శాస్త్రం. గణితాన్ని ఆసక్తికరంగా నేర్చుకోవడానికి గణిత పజిల్స్ ఎంతో ఉపయోగపడతాయి. పజిల్స్ ద్వారా కఠినమైన సమస్యలను కూడా ఆటలా ఆస్వాదిస్తూ పరిష్కరించవచ్చు.

### 1. సంఖ్యా పజిల్

సమస్య: ఒక సంఖ్యను 2తో భాగిస్తే శేషం 1, 3తో భాగిస్తే శేషం 2, 4తో భాగిస్తే శేషం 3 వస్తుంది. అతి చిన్న సంఖ్య ఏది?

పరిష్కారం: 11ను పరిశీలిస్తే:

$$11 \div 2 \rightarrow \text{శేషం } 1$$

$$11 \div 3 \rightarrow \text{శేషం } 2$$

$$11 \div 4 \rightarrow \text{శేషం } 3$$

జవాబు: 11

### 2. వయస్సుల పజిల్

సమస్య: తండ్రి వయస్సు కొడుకు వయస్సుకు 3 రెట్లు. వారి వయస్సుల మొత్తం 48 సంవత్సరాలు. వారి వయస్సులు ఎంత?

పరిష్కారం: కొడుకు వయస్సు =  $x$  అనుకుందాం.

$$\text{తండ్రి వయస్సు} = 3x.$$

$$x + 3x = 48$$

$$4x = 48$$

$$x = 12$$

$$\text{తండ్రి వయస్సు} = 3 \times 12 = 36.$$

జవాబు: కొడుకు 12 సంవత్సరాలు, తండ్రి 36 సంవత్సరాలు.

### 3. కోళ్లు-కుందేళ్లు పజిల్

సమస్య: ఒక ప్రదేశంలో కోళ్లు, కుందేళ్లు కలిపి 10 ఉన్నాయి. వాటి కాళ్లు మొత్తం 28. కోళ్లు, కుందేళ్లు ఎన్ని?

పరిష్కారం: అన్నీ కోళ్లే అనుకుంటే కాళ్లు =  $10 \times 2 = 20$ .

$$\text{అసలు కాళ్లు 28. అదనపు కాళ్లు} = 28 - 20 = 8.$$

ఒక్క కుందేలు కోడికంటే 2 అదనపు కాళ్లు కలిగి ఉంటుంది.

$$\text{కుందేళ్లు} = 8 \div 2 = 4$$

$$\text{కోళ్లు} = 10 - 4 = 6$$

జవాబు: 6 కోళ్లు, 4 కుందేళ్లు.

### 4. సంఖ్యల నమూనా

సమస్య: 2, 6, 12, 20, 30, ? తర్వాతి సంఖ్య ఏమిటి?

పరిష్కారం:

$$2 = 1 \times 2$$

$$6 = 2 \times 3$$

$$12 = 3 \times 4$$

$$20 = 4 \times 5$$

$$30 = 5 \times 6$$

$$\text{కాబట్టి తర్వాతి సంఖ్య} = 6 \times 7 = 42.$$

జవాబు: 42

### 5. నాణేల పజిల్

సమస్య: మీ దగ్గర ₹1 మరియు ₹2 నాణేలు ఉన్నాయి. మొత్తం 10 నాణేలు ఉండి, వాటి మొత్తం విలువ ₹15 అయితే, ఒక్కో రకం నాణేలు ఎన్ని?

పరిష్కారం: అన్ని నాణేలు ₹1వే అనుకుంటే మొత్తం విలువ ₹10.

అసలు విలువ ₹15. అదనంగా కావాల్సిన విలువ ₹5.

ఒక ₹1 నాణెం స్థానంలో ₹2 నాణెం పెడితే ₹1 అదనంగా వస్తుంది.  
కాబట్టి ₹2 నాణేలు = 5.

$$₹1 \text{ నాణేలు} = 10 - 5 = 5.$$

జవాబు: ₹1 నాణేలు 5, ₹2 నాణేలు 5.

#### 6. మూడు అంకెల సంఖ్య

సమస్య: ఒక మూడు అంకెల సంఖ్యలో అంకెల మొత్తం 15. వందల అంకె, పదుల అంకె కంటే 2 ఎక్కువ. పదుల అంకె, ఒకట్ల అంకె కంటే 2 ఎక్కువ. ఆ సంఖ్య ఏమిటి?

పరిష్కారం: ఒకట్ల అంకె =  $x$ .

$$\text{పదుల అంకె} = x + 2$$

$$\text{వందల అంకె} = x + 4$$

అందువల్ల,

$$x + (x + 2) + (x + 4) = 15$$

$$3x + 6 = 15$$

$$3x = 9$$

$$x = 3$$

అంకెలు: 7, 5, 3.

జవాబు: 753

#### 7. మిగిలిన శేషాల పజిల్

సమస్య: ఒక సంఖ్యను 5తో భాగిస్తే 2 శేషం, 7తో భాగిస్తే 3 శేషం, 9తో భాగిస్తే 4 శేషం వస్తుంది. 100 కంటే పెద్దదైన అతి చిన్న సంఖ్య ఏది?

పరిష్కారం: 157ను పరిశీలిద్దాం:

$$157 \div 5 \rightarrow \text{శేషం } 2$$

$$157 \div 7 \rightarrow \text{శేషం } 3$$

$$157 \div 9 \rightarrow \text{శేషం } 4$$

కాబట్టి మూడు షరతులూ నెరవేరుతున్నాయి.

జవాబు: 157

### 8. గడియారం పజిల్

సమస్య: గడియారంలో 3 గంటలకు గంట ముల్లు, నిమిషాల ముల్లు మధ్య కోణం ఎంత?

పరిష్కారం: ఒక పూర్తి వృత్తం =  $360^\circ$ .

గడియారంలో 12 సమాన భాగాలు ఉన్నాయి.

$$360^\circ \div 12 = 30^\circ$$

$$3 \text{ గంటలకు కోణం} = 3 \times 30^\circ = 90^\circ.$$

జవాబు:  $90^\circ$

### 9. తాళం చెవి కోడ్ పజిల్

సమస్య: మూడు అంకెల కోడ్ను కనుగొనాలి.

- 682 → ఒక అంకె సరైనది, సరైన స్థానంలో ఉంది.

- 614 → ఒక అంకె సరైనది, సరైన స్థానంలో ఉంది.

- 206 → రెండు అంకెలు సరైనవి, కానీ రెండూ తప్పు స్థానాల్లో ఉన్నాయి.

- 738 → ఏ అంకె సరైనది కాదు.

- 780 → ఒక అంకె సరైనది, కానీ తప్పు స్థానంలో ఉంది.

పరిష్కారం: 738లో 7, 3, 8 ఏవీ కోడ్లో లేవు.

780లో 0 మాత్రమే సరైనది, కానీ మూడో స్థానంలో ఉండదు.

206లో 0 రెండో స్థానంలో ఉండదు; కాబట్టి 0 మొదటి స్థానంలో ఉండాలి.

682లో 8 లేదు. కాబట్టి 2 మూడో స్థానంలో ఉండాలి.

614లో 1 సరైనదై సరైన స్థానంలో ఉంది. 1ను తీసుకుంటే అది రెండో స్థానంలో ఉండాలి.

$$\text{కాబట్టి కోడ్} = 012.$$

జవాబు: 012

### 10. వంతెన దాటే పజిల్

**సమస్య:** నలుగురు వ్యక్తులు రాత్రి ఒక వంతెన దాటాలి. వారి వేగాలు వరుసగా 1, 2, 7, 10 నిమిషాలు. ఒకేసారి ఇద్దరు మాత్రమే వెళ్లగలరు. టార్చ్ ఒక్కటే ఉంది. అందరూ కనీస సమయంలో వంతెన దాటాలంటే ఎంత సమయం పడుతుంది?

**పరిష్కారం:**

1 మరియు 2 నిమిషాల వ్యక్తులు వెళ్తారు → 2 నిమిషాలు

1 నిమిషం వ్యక్తి తిరిగి వస్తాడు → 1 నిమిషం

7 మరియు 10 నిమిషాల వ్యక్తులు వెళ్తారు → 10 నిమిషాలు

2 నిమిషాల వ్యక్తి తిరిగి వస్తాడు → 2 నిమిషాలు

1 మరియు 2 నిమిషాల వ్యక్తులు వెళ్తారు → 2 నిమిషాలు

మొత్తం = 2 + 1 + 10 + 2 + 2 = 17 నిమిషాలు

**జవాబు:** 17 నిమిషాలు

### 11. వంద తలుపుల పజిల్

**సమస్య:** 100 తలుపులు మొదట మూసి ఉన్నాయి. మొదటి వ్యక్తి ప్రతి తలుపును మార్చుతాడు. రెండో వ్యక్తి ప్రతి 2వ తలుపును, మూడో వ్యక్తి ప్రతి 3వ తలుపును ఇలా 100వ వ్యక్తి వరకు మార్చుతారు. చివరికి ఎన్ని తలుపులు తెరిచి ఉంటాయి?

**పరిష్కారం:** ఒక తలుపు అది ఉన్న సంఖ్యకు గల గుణకాల సంఖ్య మేరకు మార్చబడుతుంది.

బేసి సంఖ్యలో గుణకాలు ఉన్న సంఖ్యలు సంపూర్ణ వర్గాలు మాత్రమే.

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100

మొత్తం 10 సంపూర్ణ వర్గాలు ఉన్నాయి.

**జవాబు:** 10 తలుపులు

## 12. నకిలీ నాణెం పజిల్

**సమస్య:** 8 నాణేల్లో ఒకటి నకిలీది. నకిలీ నాణెం మిగతావాటికంటే తేలిక. త్రాసును కేవలం రెండుసార్లు ఉపయోగించి నకిలీ నాణెట్లన్ని ఎలా కనుగొంటారు?

**పరిష్కారం:** 8 నాణేలను 3-3-2గా విభజించాలి.

మొదటి తూకంలో 3 నాణేలు vs 3 నాణేలు తూయాలి.

- రెండు వైపులూ సమంగా ఉంటే → మిగిలిన 2 నాణేల్లో నకిలీ ఉంటుంది.

- ఒక వైపు తేలికగా ఉంటే → ఆ 3 నాణేల్లో నకిలీ ఉంటుంది.

ఇప్పుడు అనుమానిత 2 నాణేలు ఉంటే వాటిని రెండోసారి తూయాలి. తేలికైనదే నకిలీ.

అనుమానిత 3 నాణేలు ఉంటే, వాటిలో 2 నాణేలను రెండోసారి తూయాలి.

- ఒకటి తేలికగా ఉంటే → అదే నకిలీ.

- రెండూ సమంగా ఉంటే → మూడో నాణెం నకిలీ.

**జవాబు:** రెండు తూకాలతో నకిలీ నాణెాన్ని గుర్తించవచ్చు.

### ముగింపు

గణిత పజిల్స్ కేవలం కాలక్షేపం కోసం రూపొందించిన ప్రశ్నలు కావు. అవి మన మెదడుకు వ్యాయామం వంటివి. వీటి ద్వారా తార్కిక ఆలోచన, పరిశీలన, సృజనాత్మకత, సహనం, విశ్లేషణా సామర్థ్యం, సమస్య పరిష్కార వైపుణ్యం పెరుగుతాయి. ఒక సమస్యకు సమాధానం దొరకకపోయినా ప్రయత్నాన్ని కొనసాగించడం మనలో పట్టుదలను పెంచుతుంది.

అందువల్ల విద్యార్థులు గణితాన్ని కేవలం పాఠ్యాంశంగా కాకుండా పజిల్స్, క్విజ్లు, సంఖ్యా ఆటల ద్వారా ఆస్వాదించాలి. గణిత పజిల్స్ను పరిష్కరించడం ద్వారా మనం సంఖ్యలతో మాత్రమే కాకుండా ఆలోచనలతో కూడా ఆడటం నేర్చుకుంటాం. ప్రతి పజిల్ ఒక కొత్త సవాలు; ప్రతి పరిష్కారం మన మేధస్సుకు ఒక చిన్న విజయం.

## అరుణాచల వాక్కులు

(కీ.శే. Prof. P.V. అరుణాచలం గారి గణగణ  
ఘంటా శతకం నుండి గ్రహించిన కొన్ని పద్యాలు)

లంచంబు ప్రజల లోపల  
మంచంబులు వేసి కొనుచు-మనియెడి వేళన్  
దంచగ వారిని సమయము  
గాంచుచునే యుండు మీవు-గణగణ ఘంటా!

మేడల లోపలనెప్పుడు  
నీడలలో చల్లగాను-నివసించు జనుల్  
వేడుదురు ప్రజాక్షేమము  
గాడిద మేల్ వీరికన్న-గణగణ ఘంటా!

స్త్రీ విద్యలవసరమ్మని  
భావాలనుపన్యసించు-పలు సంస్కర్తల్  
కేవలము వారి వారినే  
గావింపరు చదువరులుగా-గణగణఘంటా!

రికమెండేషన్ గలిగిన  
రకరకమగు పనుల కేగి-రంజిల వచ్చున్  
అకట! అదిలేనప్పుడు  
“కకపాలను” పట్టవలెను - గణగణ ఘంటా!

కొలువున వెలసిన యపుడే  
పలువిధముల గౌరవమ్ము-ప్రాప్తించు నిలన్  
కొలువూడిన మరుక్షణమే  
కలియరు స్నేహితులు గూడ - గణగణ ఘంటా!

సమ్మెను ప్రారంభించుట  
గమ్మత్తుగ సెలవు వచ్చు - కారణమేదో!  
పిమ్మట చూతమనెడి సం  
ఘమ్ములు కొల్లలుగా వెలసే - గణగణఘంటా!

## IIT CAPSULE

### “MATHEMATICS – TRIGONOMETRY”

Problems with solutions are taken from previous  
5 years Question Papers of IIT-JEE

Author : Dr. B. B. Rama Sarma

#### PROBLEM 1 – JEE Main

**If  $\sin \theta + \cos \theta = 1/2$ , find:  $16\{\sin 2\theta + \cos 4\theta + \sin 6\theta\}$ .**

**Sol:**  $(\sin \theta + \cos \theta)^2 = 1 + \sin 2\theta$

Therefore,  $1/4 = 1 + \sin 2\theta$

Hence,  $\sin 2\theta = -3/4$ .

Also,  $\cos 4\theta = 1 - 2\sin^2 2\theta$

$= 1 - 2(9/16)$

$= -1/8$ .

$\sin 6\theta = 3 \sin 2\theta - 4 \sin^3 2\theta$

$$= 3\left(\frac{-3}{4}\right) - 4\left(\frac{-27}{64}\right)$$

$$= \frac{-9}{4} + \frac{108}{64}$$

$$= \frac{-36}{64} = \frac{-9}{16}$$

Using the trigonometric identities,  $\sin 2\theta + \cos 4\theta + \sin 6\theta = -23/16$ .

Therefore, Answer = -23

**PROBLEM 2 – JEE Main**

**Find the general solution of:  $\sin x - 3\sin 2x + \sin 3x = \cos x - 3\cos 2x + \cos 3x$ .**

**Sol:** Using  $\sin x + \sin 3x = 2\sin 2x \cos x$  and

$$\cos x + \cos 3x = 2\cos 2x \cos x,$$

$$\text{we get } (2\cos x - 3)(\sin 2x - \cos 2x) = 0.$$

$$\text{Since } -1 \leq \cos x \leq 1,$$

$$2\cos x - 3 = 0 \text{ has no real solution.}$$

$$\text{Therefore, } \sin 2x = \cos 2x$$

$$\Rightarrow \tan 2x = 1$$

$$\Rightarrow 2x = \pi/4 + n\pi.$$

$$\text{Hence, Answer: } x = \pi/8 + n\pi/2, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

**PROBLEM 3 – JEE Main 2024**

**Given  $x, y \in [-1, 1]$  and  $\cos^{-1}x - \sin^{-1}y = a$ ,**

**where  $-\pi/2 \leq a \leq \pi$ , find the minimum value of  $x^2 + y^2 + 2xy \sin a$ .**

**Sol:** Put  $\cos^{-1}x = A$  and  $\sin^{-1}y = B$ .

$$\text{Then } A - B = \alpha.$$

$$\text{Since } x = \cos A, \quad y = \sin B,$$

$$\text{we have } \sin \alpha = \sin(A - B).$$

Substituting and simplifying by standard trigonometric identities, the expression reduces to a perfect-square form. Therefore, its minimum value is Answer = 0

**PROBLEM 4 – JEE Main 2026**

For  $x \in [-\sqrt{3}/2, 1/\sqrt{2}]$ ,  
the maximum value of  $(\sin^{-1}x)^2 + (\cos^{-1}x)^2$  is  $m\pi^2/n$ ,  
where  $\gcd(m,n) = 1$ . Find  $m + n$ .

**Sol:** Let  $t = \sin^{-1}x$ . Then  $\cos^{-1}x = \pi/2 - t$ .

$$\text{Therefore, } t^2 + (\pi/2 - t)^2 = 2(t - \pi/4)^2 + \pi^2/8.$$

$$\text{Since } x \geq -\sqrt{3}/2,$$

$$\text{the minimum value of } t \text{ is } t = -\pi/3.$$

$$\text{Thus the maximum value is } 2(-\pi/3 - \pi/4)^2 + \pi^2/8 \\ = 29\pi^2/36.$$

$$\text{Therefore, } m = 29, \quad n = 36.$$

$$\text{Hence, Answer: } m + n = 65$$

**PROBLEM 5 – JEE Main**

$$\text{Solve: } \sin x + \sin 3x = \cos x + \cos 3x.$$

**Sol:** Using sum-to-product formulae,

$$2\sin 2x \cos x = 2\cos 2x \cos x.$$

$$\text{Therefore, } 2\cos x(\sin 2x - \cos 2x) = 0.$$

$$\text{Hence either } \cos x = 0 \text{ or } \sin 2x = \cos 2x.$$

$$\text{Case 1: } \cos x = 0$$

$$\Rightarrow x = \pi/2 + n\pi.$$

$$\text{Case 2: } \tan 2x = 1$$

$$\Rightarrow 2x = \pi/4 + n\pi$$

$$\Rightarrow x = \pi/8 + n\pi/2.$$

$$\text{Therefore, Answer: } x = \pi/2 + n\pi \text{ or } x = \pi/8 + n\pi/2, \\ \text{where } n \in \mathbb{Z}.$$

## సభలు-సమావేశాలు

### Prof. P.V. Arunchalam గారి పుస్తక ఆవిష్కరణ సభ

శ్రీ||శే|| Prof. P.V.అరుణాచలం గారి పుస్తకాలు అరుణకిరణాలు, సంగవిద (సంక్షిప్త గణిత విశ్వదర్శిని) ది. 8-8-2026 శనివారం నాడు online webinarలో ఆవిష్కరించబడినాయి. ఆచార్యులు సుదర్శనం, కట్టమంచి మహాలక్ష్మి, నాగసూరి వేణుగోపాల్, N.భాస్కరరెడ్డి, B.B.రామశర్మ అరుణాచలం గారి గణిత సాహిత్యకోణాలను విశ్లేషించారు. ఇంకా పలువురు అరుణాచలంగారి మిత్రులు మరియు విద్యార్థులు కూడా వెబినార్లో పాల్గొన్నారు. A.I.M.Ed మరియు గణితచంద్రిక పురోగమనంలో Prof. P.V.అరుణాచలం గారి పాత్రను మరియు వారి జీవన విధానాన్ని Dr.B.B.రామశర్మ సోదాహరణంగా వివరించారు. Prof. అరుణాచలం గారి పుత్రులు Dr.సుదర్శన్, పతంజలి, పుత్రిక శ్రీమతి అనురాధలు కార్యక్రమాన్ని తీర్చిదిద్దారు. ముఖ్యంగా వారి అల్లుడు శ్రీ రవీంద్రన్గారు పుస్తక ప్రచురణలో ఎంతో పాటుపడ్డారు. కార్యక్రమాన్ని శ్రీ M.నరేంద్ర, శ్రీ P.భాస్కర్గార్లు చక్కగా నిర్వహించారు.

#### Key for the Questions given in MSET-2025

| Class | Question Numbers |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |
|-------|------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|
|       | 1                | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| V     | 2                | 4 | 1 | 3 | 2 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4  | 2  | 3  | 3  | 2  | 1  |
| VI    | 3                | 3 | 3 | 3 | 1 | 3 | 2 | 3 | 1 | 3  | 4  | 3  | 2  | 3  | 2  |
| VII   | 2                | 3 | 2 | 2 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 1  | 1  | 2  | 2  | 4  | 2  |
| VIII  | 4                | 3 | 4 | 4 | 2 | 3 | 1 | 3 | 3 | 2  | 4  | 1  | 4  | 1  | 4  |
| IX    | 2                | 1 | 4 | 4 | 2 | 1 | 4 | 3 | 4 | 1  | 1  | 4  | 1  | 3  | 2  |
| X     | 2                | 3 | 2 | 2 | 2 | 1 | 3 | 4 | 2 | 1  | 2  | 4  | 3  | 2  | 2  |

## Some Problems from MSET- 2025

### CLASS - V

1. There are 45 boys and 36 girls in a class. The teacher want to keep minimum equal number of students in all benches. Then the number of benches requied  
 1) 9              2) 27              3) 15              4) 21
2. In the series 1 , 3 , 6 .....7th Triangular number is .....  
 1) 21              2) 31              3) 26              4) 28
3. The letter which has the same image in the word “APPLE”.  
 1) A              2) P              3) L              4) E
4. The odd one among the series 1, 3, 6, 11, 18, 29, 41, 59.....  
 1) 18              2) 29              3) 41              4) 59
5. In a 100 number table given  
 $x + y = p \times 37$  then  $p = \dots\dots$   
 1) 1              2) 2  
 3) 3              4) 4
6.  $10 - [10 - \{10 - (\overline{10 \div 2 \div 5})\}] = \underline{\hspace{2cm}}$   
 1) 9              2) 10              3) 0              4) 5
7. Observe the pattern : The value of X is \_\_\_\_\_

|                                                               |   |                                                               |   |                                                              |       |
|---------------------------------------------------------------|---|---------------------------------------------------------------|---|--------------------------------------------------------------|-------|
| $\begin{array}{c} 7 \\ \circ \\ 38 \\ \circ \\ 4 \end{array}$ | 5 | $\begin{array}{c} 6 \\ \circ \\ 44 \\ \circ \\ 3 \end{array}$ | 7 | $\begin{array}{c} 5 \\ \circ \\ x \\ \circ \\ 8 \end{array}$ | 3     |
| 1) 34                                                         |   | 2) 22                                                         |   | 3) 32                                                        | 4) 24 |

8. Digital root of 396 is  
 1) 3                      2) 6                      3) 9                      4) 18
9. The time at which the angle between two hands in a clock is  $90^\circ$   
 1) 3 O' Clock                      2) 9 O' Clock  
 3) 6 O' Clock                      4) 1 and 2
10. The letter T has its original image in ..... rotation  
 1) Quarter                      2) Half  
 3) Three fourth                      4) Full
11. The figure with side 4cm whose perimeter and area are equal is / are .....  
 1) Equilateral triangle                      2) Square  
 3) Rhombus                      4) All the three
12. The missing group of letters in the given series A, AB, AAB, AABB, ....., AAABB  
 1) AABBB    2) AABA    3) AAAB    4) ABBA
13. Number of symmetrical lines for a Rhombus.  
 1) 0                      2) 1                      3) 2                      4) 4
14. The angles in triangle are in the ratio 1:2:3. Then it is triangle  
 1) Acute    2) Right    3) Obtuse    4) Scaler
15. In code language BUS  $\rightarrow$  YFH  $\rightarrow$  CAR  $\rightarrow$  XZI then TRAIN  $\rightarrow$   
 1) GIZRM    2) GJZRM    3) GIZSM    4) GIZRN

### CLASS - VI

1.  $a = \frac{1}{b}$ ,  $b = \frac{1}{c}$  and  $c = \frac{7}{5}$  then  $(a \times b) \times c$  .....

- 1) 1                  2)  $\frac{5}{7}$                   3)  $\frac{7}{5}$                   4) 0

2. If  $\frac{1}{3\frac{1}{4}} + \frac{1}{4\frac{3}{5}} =$  .....

- 1)  $\frac{139}{269}$                   2)  $\frac{141}{269}$                   3)  $\frac{157}{299}$                   4)  $\frac{437}{269}$

3. The branch of mathematics that studies pattern is called

- 1) Angles                                  2) Geometry  
3) Symmetry                              4) None

4. The numbers 141, 565, 444, 373 are called numbers.

- 1) composite                              2) Twin primes  
3) Palindrome                              4) Beast

5. Another name for information graphics is

- 1) Infographics                              2) Bar graph  
3) Histogram                                4) None

6. Number of multiples of 19 from 38 to 361 is

- 1) 20                  2) 17                  3) 18                  4) 19

7. In a code language GOOD – BAD = 34, BUS – CAR = 20 then BOOK – PEN =  
 1) 10          2) 8          3) 12          4) 6
8.  $1^\circ$  = ..... seconds  
 1) 360          2) 100          3) 3600          4) 60
9. Some equidistant points on a number line are represented respectively by letters A, B, C, D ..... S. If A = +20 and S = -16 then the value of (-8) is represented by the letter  
 1) O          2) G          3) H          4) K
10. Which year is declared as “Year of Mathematics” by the Government of India.  
 1) 2015          2) 2020          3) 2012          4) 2016
11. The Units digit in the product of  $151 \times 152 \times \dots \times 159$  is  
 1) 4          2) 6          3) 8          4) 0
12. If 40% of 40 is 30% of .....  
 1)  $\frac{153}{3}$           2)  $\frac{163}{3}$           3)  $\frac{160}{3}$           4)  $\frac{140}{3}$
13. If  $a = 3$  and  $b = 2$  then  $a^b + b^a = \dots$   
 1) 18          2) 17          3) 19          4) 15
14. Next number in the series 17, 18, 20, 23, 27, 32, ..... is  
 1) 36          2) 37          3) 38          4) 34
15. If  $A532B \times 71B = 32B15299$  what is A \_\_\_\_\_  
 1) 7          2) 4          3) 9          4) 3

## CLASS - VII

1. 20, 19, 25, 23, 9, 20, 15, 10, 5, 16, 25, 20, 24, 12, 20.  
In this data  $3[\text{Median}] - 2[\text{Mean}] =$   
1) 21          2) 20          3) 19          4) 18
2. In any given data \_\_\_\_\_ is always one of the numbers in a data.  
1) Mean      2) Median      3) Mode      4) Range
3. The mean of 11 observations is 11. If one observation 11 is deleted from it. The mean of remaining observations is .....  
1) 10          2) 11          3) 12          4) 9
4. The median of the first 25 prime numbers is .....  
1) 37          2) 41          3) 43          4) 31
5. The mathematician who introduced Logarithms and System of decimal fractions..  
1) Archimedes          2) John Napier  
3) Heron                  4) Gauss
6. A rectangular plot was fenced with a wire of length 750 mts. The length of the plot exceeds the breadth by 5 mts. The length of the plot is .....  
1) 185 mts    2) 195 mts    3) 190 mts    4) 180 mts
7. One third of Raman's marks in Maths exceeds half of his marks in English by 30. If he got 240 marks in 2 subjects together. How many marks did he get in English  
1) 180          2) 60          3) 150          4) 90
8. If  $a^2 + b^2 = 117$  and  $ab = 54$  then  $\frac{a+b}{a-b} =$  \_\_\_\_\_  
1) 5              2) 15              3) 3              4) 25

9. An employer pays Rs. 600 for each day to a worker when he works and forfeits Rs. 100 for each day when he is idle. At the end of 60 days, the worker got Rs. 8000. How many days did the worker remain idle .....
- 1) 20          2) 40          3) 30          4) 15
10. If  $(2a + 3b)(2c - 3d) = (2a - 3b)(2c + 3d)$  then
- 1)  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$     2)  $\frac{a}{d} = \frac{c}{b}$     3)  $\frac{a}{b} = \frac{d}{c}$     4)  $\frac{b}{a} = \frac{c}{d}$
11. If one of the angles of a supplementary angle is double of it, then the smallest angle is
- 1)  $60^\circ$           2)  $120^\circ$           3)  $30^\circ$           4)  $80^\circ$
12. If the tree is broken at a height of 10mts from the ground and its top touches the ground at the distance of 24mts from the base of the tree then the height of the original tree is \_\_\_\_\_ mts
- 1) 18          2) 36          3) 34          4) 22
13. If A earns  $33\frac{1}{3}\%$  more than B, How much percent does B earn less than A?
- 1) 20%          2) 25%          3)  $33\frac{1}{3}\%$           4) 15%
14. A student multiplied a number by  $\frac{3}{5}$  instead of  $\frac{5}{3}$ . What is the % error in the calculation ?
- 1) 34%          2) 44%          3) 54%          4) 64%
15. The odd one among the series d, f, i, m, q, x
- 1) m          2) q          3) x          4) None

### CLASS - VIII

1. From the letters of the word “Mobile” a letter is selected.  
The probability that the letter is a vowel is  
1)  $1/3$       2)  $3/7$       3)  $1/6$       4)  $1/2$
2. The volume of a cube is  $1728 \text{ cm}^3$ , then area of a face is \_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$   
1) 142      2) 196      3) 144      4) 256
3. Ravi purchased a toy for Rs. 32 by getting a discount of 20%, cost price of toy is Rs.  
1) 52      2) 38.40      3) 36      4) 40
4. If  $(1 - x)(1 + x + x^2 + x^3 + x^4) = 31/32$  and  $x$  is a rational number then  $1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 = \dots$   
1)  $31/64$     2)  $31/32$     3)  $63/64$     4)  $63/32$
5. If  $w + \frac{1}{x + \frac{1}{y}} = \frac{97}{19}$  then  $x - (y + w) = \dots$   
1) -2      2) 2      3) 12      4) 6
6. The decimal form of  $87/32$  is .....  
1) 2.7125    2) 2.18725    3) 2.71875    4) 2.77815
7. For every natural number  $n$ ,  $(n+1)^2 - n^2 = \dots$   
1)  $(n+1) + n$       2)  $(n-1) + n$   
3)  $(n+1) - n$       4)  $(n-1) - n$

8. The least number which must be subtracted from 825 so as to get a perfect square is .....  
 1) 28          2) 36          3) 41          4) 44
9. Which of the following is not a perfect cube ?  
 1) 2197      2) 512      3) 2916      4) 343
10. The smallest number by which when multiplied by 675 the product is a perfect cube is .....  
 1) 3          2) 5          3) 7          4) 9
11. The number which should be added to Ramanujan number to get Kaprekar's Constant.  
 1) 4444      2) 4447      3) 4446      4) 4445
12. The product of three consecutive numbers is 336. The smallest number is .....  
 1) 6          2) 8          3) 4          4) 12
13. Two natural numbers differ by 41. The bigger number is greater than 30 times the smaller number plus 10. The smaller number is .....  
 1) 11          2) 2007      3) 71          4) 1
14. The average of three numbers  $\frac{n}{2}, \frac{-3n}{4}, \frac{5n}{6}$  is 7, then n = .....  
 1) 36          2) 27          3) 72          4) 18
15. The figure in which diagonals are equal and bisect each other perpendicularly.  
 1) Rhombus                      2) Parallelogram  
 3) Rectangle                    4) Square

### CLASS - IX

1. Length of the path formed by  $(1, 1)$ ,  $(2, 2)$ ,  $(3, 3)$  in that order is \_\_\_\_\_ units
  - 1)  $2\sqrt{3}$
  - 2)  $2\sqrt{2}$
  - 3)  $\sqrt{18}$
  - 4)  $\sqrt{3}$
2. Which of the following is called Golden ratio ?
  - 1)  $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$
  - 2)  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$
  - 3)  $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$
  - 4)  $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$
3. Digital root of Kaprekar's constant is
  - 1) 21
  - 2) 18
  - 3) 12
  - 4) 9
4. Number of rational numbers between 2 and 10 is
  - 1) 7
  - 2) 8
  - 3) 15
  - 4) Infinite
5. Who is famous Indian lady Mathematician among following ?
  - 1) Prasanna Bharathi
  - 2) Shakuntala devi
  - 3) Mary Curie
  - 4) Hypatia
6. Sum of products of all possible pairs of numbers from first 10 natural numbers is
  - 1) 1320
  - 2) 2640
  - 3) 5050
  - 4) 4640
7. Number of right angled isoscles triangles  $\triangle ABC$  that can be formed with one vertex  $A = (0, 0)$  and BC along a fixed line L not passing through origin will be \_\_\_\_
  - 1) 2
  - 2) 0
  - 3) 4
  - 4) 3
8. On the black board, draw a triangle ABC. How many points P on this black board will satisfy  $\triangle PAB = \triangle PBC = \triangle PCA$  (3 equal areas)
  - 1) 1
  - 2) 3
  - 3) 4
  - 4) Infinite

9. Remainder when  $a^4 + a^2 + 1$  is divided by  $a^2 + a + 1$  is  
 1) 1                      2)  $a^2 - a$                       3)  $a^2 - a + 1$                       4) 0
10. A circle has centre (3, 4) and a point (0, 0) lies on the circle. Area of this circle is K.  $\pi$  square units. then  $\sqrt{K+24} + \sqrt{K+56} = \dots\dots\dots$   
 1) 16                      2) 18                      3) 24                      4) 25
11. G is centroid of  $\Delta ABC$  and AD is a median then  $\frac{\Delta BGD}{\Delta ABC} + \frac{\Delta GBC}{\Delta GCD} = \dots\dots\dots$  given BC = 2000, CA = 2024, AB = 2025.  
 1)  $13/6$                       2)  $18/7$                       3) 20.24                      4) 28.62
12. Last digit in the expanded number  $2^{100} + 3^{100} + 4^{100}$  is  
 1) 9                      2) 4                      3) 2                      4) 3
13. Which of the following is a perfect cube ?  
 1)  $2^{18} \times 3^9 \times 4^3$   
 2)  $881 \times 30 \times 70$   
 3)  $125 \times 1331 \times 553 \times 25$   
 4)  $25 \times 65 \times 169 \times 20$
14. A = a4273b is a 6 digit number in which a,b are digits. If A is divisible by 72 then  
 1)  $b = 2a$                       2)  $a = 2b$   
 3)  $2a = b + 4$                       4)  $a + b = 13$
15. The number of rectangles with area 216 sq cms whose perimeters are distinct and length and breadth are multiples of 3 (integer multiples)  
 1) 7                      2) 4  
 3) 6                      4) 2

## CLASS - X

1. If the ratio of sum to  $n$  terms of two A.P's is  $(5n + 3) : (3n + 4)$  then ratio of their 17<sup>th</sup> terms is  
 1)  $172 / 99$     2)  $168 / 103$     3)  $175 / 99$     4)  $171 / 103$
2. A speaks truth in 75% cases and B in 80% of the cases. In what % of cases are they likely to contradict each other, narrating the same incident?  
 1) 5%            2) 15%            3) 35%            4) 45%
3. Let  $(x, y, z)$  be points with integer co ordinates satisfying the system of equations  $3x - y - z = 0$ ,  $-3x + z = 0$ ,  $-3x + 2y + z = 0$  then number of such points for which  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 100$  is .....  
 1) 3            2) 7            3) 10            4) 11
4.  $x \cdot 27^x - 1 = 0$  has  $n$  solutions then  $n^5 + n^4 - n^3 - n^2 + 8$  = Perfect.....  
 1) Square    2) cube            3) 4th power    4) 6th power
5. The diameter of the wheel of a bus is 140 cm. How many revolutions per minute must the wheel make inorder to keep a speed of 66 kmph?  
 1) 150            2) 250            3) 220            4) 440
6.  $(0, 2)$ ,  $(0, 0)$ ,  $(2, 0)$  are midpoints of sides of  $\Delta ABC$  whose centroid is  $G$  then  $\Delta GCA =$  \_\_\_\_\_ approximately.  
 1) 2.67            2) 1.67            3) 3.14            4) 4.33
7. Circumcentre of ABC with  $A = (\cos\theta, \sin\theta)$ ,  $B = (1, 0)$ ,  
 $C = \left( \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$  is \_\_\_\_\_  
 1)  $\left( \sin\theta, \frac{\cos\theta}{2} \right)$             2)  $\left( \frac{\cos\theta}{\sqrt{2}}, \frac{\sin\theta}{\sqrt{2}} \right)$   
 3)  $(\cos 90^\circ, \cos 270^\circ)$     4)  $(\sin 45^\circ, \cos 60^\circ)$

8. If  $A = (x + y + z)$ ,  $B = (x - y + z)$ ,  $C = (x + y - z)$ ,  
 $D = (x - y - z)$  then  $\frac{A^2 + B^2 + C^2 + D^2}{x^2 + y^2 + z^2} =$  independent  
of .....
- 1) x only    2) y only    3) z only    4) x,y and z
9. If  $\sin^2\theta + \sin\theta = 1$  then  $2\cos^4\theta + \cos^2\theta - 2\sin^2\theta =$   
1) 1    2)  $\cos^2\theta$     3) -1    4)  $2\cos^2\theta$
10.  $y = \sqrt{\sin x \sqrt{\sin x \sqrt{\sin x \dots \dots \infty}}} \quad (0 \leq x \leq 90^\circ)$  then  
 $y^2 \operatorname{Cosec}^2 x - 2y \operatorname{Cosec} x + 4 = \dots$   
1) 3    2)  $2\sin^2 x + 3$   
3)  $\cos^2 x - 2$  4) 0
11. Degree of expression  $(x + 1)(x^2 + 1)(x^3 + 1) \dots (x^{100} + 1)$   
is .....
- 1) 100    2) 5050    3) 10100    4) 0
12. If  $x^3 + 3x(1 + x) + 1 = 0$  then the value of  $x^6 - x + 3 =$   
1) 4    2) 8    3) 21    4) 5
13. The Indian Mathematician who received prize equal to  
Nobel Prize recently in the filed of Statistics.  
1) R.C.Gputha    2) P.C.Mahalanobis  
3) C. R. Rao    4) C.V.Raman
14.  $8x^3 + 6xy + y^3 = 1$  then the possible value of  $2x + y$  will  
be \_\_\_\_\_  
1) 2    2) -2    3) -3    4) -4
15. Median of the first 100 natural numbers is .....
- 1) 50    2) 50.5    3) 51    4) 51.5

## PRIZE DISTRIBUTION FUNCTION - MSET - 2025



## **An Appeal to Readers**

Papers and Articles

for publications are to be sent to

**Dr. B.B. Rama Sarma**

Chief Editor, Ganitha Chandrika,

H.No.6-26, Vivekananda Street, Hanuman Nagar,

Ramavarappadu, Vijayawada -521108

Email/ bbramasarma@yahoo.co.in

cell : 9441924418.

Teachers, Students and all lovers of Mathematics are well come to join the Association. The membership details are as follows : Life Rs.500/- (Individual)  
Rs.600/- (Institution)

All members are entitled to receive a free copy of magazine Ganitha Chandrika

Subscription to be deposited in the account name

The Covenor, MSET. AIMEd,  
ACCOUNT NO: 3264 799 6927.

SBI, Satyanarayanapuram.

Vijayawada IFSC code : SBIN0009001.

Send a copy of the pay slip along with your covering letter contain full address, Email and cell phone number to the following address

Treasurer, AIMEd, D.No. 30-22/1-16, Murthy Street,  
arundalpet, Vijayawada - 520002.A.P.